

37.13

UNDERVISNINGSGVEJLEDNING
FOR FOLKESKOLEN **UDKAST**
2

Matematik

1974

FOLKESKOLENS LÆSEPLANSUDVALG

Folkeskolens læseplansudvalg

Skoledirektør Hans Jensen, *formand*
Overlærer Bent Andersen
Skoleinspektør Mogens Andersen
Undervisningsinspektør Jens Bach
Undervisningsdirektør A. Baunsbak-Jensen
Overlærer Else Byrith
Undervisningsinspektør A. Bøgeskov
Skolebestyrer B. Christensen-Dalsgaard
Undervisningsdirektør Rikard Frederiksen
Fuldmægtig Henrik Helsted, *tilforordnet*
Undervisningsinspektør Per Iversen
Skoledirektør Poul E. Jacobsen
Overlærer Jørgen Jensen
Skoledirektør mag. art. Kr. Thomsen Jensen
Undervisningsinspektør I. Skov Jørgensen
Overlærer Kirsten Kjersgaard
Undervisningsdirektør O. I. Mikkelsen
Fuldmægtig Eyvind Noer, *tilforordnet*
Undervisningsinspektør B. Kehlet Nørskov
Førstelærer Mogens Rafn
Skoledirektør Svend Aage Rasmussen
Adjunkt Kurt Stolt
Rektor Harald Torpe
Overlærer Kaj Varming

NB! Vedrørende spørgsmål om undervisningslokaler, herunder faglokaler udformning og indretning henvises til den af *Folkeskolens Byggeudvalg* udarbejdede publikation »Projekteringsgrundlag for folkeskoler« (Undervisningsministeriet, seneste udgave).

UNDERVISNINGSVEJLEDNING FOR FOLKESKOLEN - UDKAST

2

Matematik

1974

FOLKESKOLENS LÆSEPLANSUDVALG

I KOMMISSION HOS LÆRERFORENINGERNES MATERIALEUDVALG

FORORD

Nærværende udkast til undervisningsvejledning er et led i den række vejledninger, der udsendes af Folkeskolens Læseplansudvalg på grundlag af forslag til lov om folkeskolen af 15. december 1972, hvor der i § 4, stk. 8, bl. a. anføres:

»Undervisningsministeren fastsætter regler om formålet med undervisningen i de enkelte fag eller faggrupper og udsender vejledende timefordelingsplaner, jfr. § 16, stk. 1.«

Udsendelsen markerer tillige en ajourføring i overensstemmelse med den udvikling, der har fundet sted inden for det pågældende område, siden sidste vejledning blev udsendt.

Udvalget ønsker at præcisere, at dette udkast sammen med de øvrige udkast til vejledninger i første række har til formål at danne grundlag for fortsatte drøftelser omkring indholdet og tilrettelæggelsen af folkeskolens undervisning, og således ikke kan være udgangspunkt for en generel revision af de lokale undervisningsplaner, så længe der ikke er taget politisk stilling til det fremtidige lovgrundlag. Indholdet i udkastet vil dog formentlig tillige inden for de gældende undervisningsplaners rammer kunne virke inspirerende for undervisningen.

Vejledningen er udarbejdet af læseplansudvalgets fagudvalg nr. 3.

Under arbejdet med undervisningsvejledningen har der i dette fagudvalg væ-

ret en række personsifter. Således har skoledirektør Svend Aage Rasmussen, Århus, en periode været formand. Professor Bent Christiansen, Danmarks Lærerhøjskole, og overlærer Jørgen Jensen, Gentofte, har i perioder været medlemmer af fagudvalget. Ved udarbejdelsen af den endelige udgave har fagudvalget haft følgende sammensætning:

Skolebestyrer

Bent Christensen-Dalsgaard, Kolding, formand.

Afdelingsleder Tage Werner, Danmarks Lærerhøjskole.

Overlærer Anders Johansen, Ålborg.

Fagkonsulent Flemming Tommerup Jensen, direktoratet for folkeskolen, folkeoplysning, seminarier m. v., sekretær.

Den har – i den udstrækning, det har været muligt – været forelagt til udtalelse og til åben drøftelse i fagligt interesserede kredse og er herefter af fagudvalget indstillet til godkendelse i læseplansudvalget.

Her er forslaget blevet gennemdrøftet på ny og er – efter enkelte ændringer – i den nu foreliggende form tiltrådt af Folkeskolens Læseplansudvalg som dette udvalgs udkast til undervisningsvejledning for det omhandlede område i folkeskolen.

Folkeskolens Læseplansudvalg,

juni 1974.

Hans Jensen

INDHOLD

1. Indledning	7
1.1. Hæftets sigte	7
1.2. Den enkelte lærers rolle og ansvar.....	8
1.3. Hæftets opbygning og indhold	9
2. Formål	10
2.1. Undervisningens relation til folkeskolens formål	10
2.2. Mål vedrørende matematikkens natur og rolle.....	13
2.3. Mål vedrørende elevernes arbejdsformer	14
2.4. Mål vedrørende viden og færdigheder.....	16
3. Hovedområder for folkeskolens matematikundervisning	17
3.1. Fra almene fagmål til mål vedrørende indholdet.....	17
3.2.1. Tal og algebra	18
3.2.2. Geometri	19
3.2.3. Statistik og sandsynlighedsregning	21
3.2.4. Om samspil mellem fagets discipliner.....	22
4. Undervisningens tilrettelæggelse	24
4.1. Om begrebstilegnelse	24
4.2. Spiral organisering af undervisningen.....	25
4.3. Faser i indlæring og undervisning.....	26
4.3.1. Erfaringsindsamling, begrebsdannelse, sprogtilegnelse	27
4.3.2. Systematisering og præcisering	28
4.3.3. Den deduktive fase	29
4.3.4. Undervisning af handicappede	30
4.4...Induktive arbejdsformer	31
4.5. Om basisstof	33
4.6. Om sideløbende kurser.....	35
5. Fagets placering i folkeskolens undervisning	37
5.1. Generelle bemærkninger	37
6. Undervisningens indhold	38
6.1. Hovedområder for folkeskolens matematikundervisning.....	38
6.2. Om særlige faglige begreber og hjælpemidler.....	38
6.3. Basisstoffet for matematikundervisningen på klassetrinnene 1–10 ..	40

6.3.1. 1.–3. klassetrin	40
6.3.1.1. Kommentarer	41
6.3.2. 4.–6. klassetrin	43
6.3.2.1. Kommentarer	43
6.3.3. 7. klassetrin	44
6.3.3.1. Kommentarer	44
6.3.4. 8.–9. klassetrin	46
6.3.4.1. Kommentarer	46
6.3.5. 10. klassetrin	47

1.1. Hæftets sigte

I hvert enkelt fag er læreren ansvarlig for undervisningen, dels i henhold til kravene fra lovgivningen og fra ministerielle bekendtgørelser, dels i henhold til kravene i den lokale læseplan.

For at støtte læreren ved varetagelsen af dette hverv er der udsendt undervisningsvejledninger for de enkelte fag.

I nærværende hæfte behandles undervisningen i matematik (herunder regning) for folkeskolens ti-årige løb. Her skal nu indledningsvis gives nogle få kommentarer vedrørende sigtet med dette hæftes indhold.

Gennem lovgivningen fastsættes det overordnede mål for folkeskolen, folkeskolens formål. Undervisningen i skolen er midlet til at indfri folkeskolens formål. Herunder bliver undervisningen i det enkelte fag altså et af midlerne til fremme af de overordnede mål for skolens virksomhed. For undervisningen i fagene på skolens timeplan fastlægges mål og indhold gennem angivelse af formål for fagene og gennem centralt udarbejdede vejledende læseplaner. De herved stillede krav er imidlertid af meget overordnet karakter. De angår såle-

des bl. a. kun de større faglige områder, som skal behandles i undervisningen gennem længere perioder, men ikke de detaljer, som bliver indholdet af den daglige undervisning. Hensigten med nærværende fremstilling er nu dels at angive de overordnede krav for faget, dels at yde støtte til læreren ved tilrettelæggelsen og udførelsen af undervisningen i overensstemmelse hermed.

Dersom man ønsker at gøre sig bekendt med kravene for undervisningen i matematik i folkeskolen, vil det være nærliggende straks at søge orientering angående de faglige emner, der skal arbejdes med. En sådan orientering finder man i dette hæfte i afsnit 6, som indeholder emnelister for undervisning i matematik. Et blik på disse emnelister vil imidlertid straks overbevise læreren om, at det ikke er muligt at tilrettelægge undervisningen med hensyn til emners rækkefølge, tiden for behandling af det enkelte emne, emnernes samspilsmuligheder, emners og begrebers praktiske anvendelsesmuligheder med mere, uden at en lang række synspunkter må anlægges. Sådanne synspunkter er ikke anført ved emnelisterne. De kan angå spørgsmål vedrørende graden af individualisering

ved undervisningen, spørgsmål vedrørende sider af fagets natur og rolle, som man efter formålet finder det vigtigt, at eleverne bliver fortrolige med. I nærværende hæfte vil spørgsmål af denne art blive ret indgående kommenteret. I sådanne kommentarer vil der være tale om at pege på en række *forskellige muligheder*, til hvilke den enkelte lærer kan have sin egen indstilling. Overvejelse af sådanne muligheder kan give læreren øget baggrund for at tilgodese de særlige behov, som findes i den klasse og hos de elever, som den pågældende lærer arbejder med, og som han – i modsætning til de generelle planlæggere – har kendskab til.

1.2. Den enkelte lærers rolle og ansvar

For undervisningen i fagene er der fra myndighedernes side fastlagt bestemte mål, som dog normalt kun er beskrevet i ret overordnet form. Det er så lærerens opgave – under iagttagelse af elevernes forudsætninger – *at fastlægge de mere detaljerede mål for undervisningen* (altså undervisningens indhold), *at tilrettelægge undervisningen* og endelig *at udføre det praktisk-pædagogiske arbejde med klassen, grupperne og den enkelte elev*. I tilknytning hertil er det lærerens opgave at overveje, om de af ham valgte midler til opnåelse af de for undervisningen givne mål har været hensigtsmæssige. Skønner han ved denne evaluering, at målene ikke er blevet opfyldt i rimelig grad, må han søge gennem valg af andre midler at opnå en bedre overensstemmelse. Denne didaktiske opgave er særdeles vanskelig, og i de fleste tilfælde må læreren derfor ved sin tilrettelæggelse

støtte sig stærkt til allerede udarbejdede undervisningsmaterialer.

Af forslag til lov for folkeskolen af 15. december 1972 fremgår det meget klart, at skolens undervisning i højere grad end nogen sinde før må sigte på at give hver enkelt elev sådanne udviklingsmuligheder, som bedst muligt passer til den pågældendes natur og forudsætninger. Opfyldelsen af dette mål vil kunne ske, hvis der i udpræget grad ved undervisningens tilrettelæggelse tages hensyn til hver elev, dels som enkeltperson, dels som medlem af fælleskabet i hele klassen eller grupper af denne.

Det er i denne forbindelse klart, at lærerens justering af på forhånd udarbejdede undervisningsmaterialer er særdeles afgørende. Kun den lærer, som kender den pågældende klasse og de enkelte elever i denne, har tilstrækkelige forudsætninger for at afgøre, om passager i en lærebog bør forbigås eller tværtimod bør suppleres, eller om særlige forholdsregler bør træffes i individuelle tilfælde.

Med de givne arbejdsvilkår i skolen vil kun de færreste lærere have mulighed for at udarbejde det samlede undervisningsmateriale til dækning af mere omfattende opgaver. Derimod vil de fleste lærere kunne yde en stor indsats ved personlig tilrettelæggelse af mindre dele af undervisningsprogrammet, f. eks. ved udskiftning af dele af det benyttede materiale med andre, som bedre svarer til lærerens opfattelse af, hvad der er mest hensigtsmæssigt i den foreliggende situation.

Hæftet indeholder en række betragtninger, vedrørende forskellige muligheder, som læreren kan vælge imellem ved en tilrettelæggelse og udførelse af under-

visningen i matematik. Omtalen af sådanne muligheder vil forhåbentlig kunne inspirere til debat mellem fagets lærere om de veje, som den enkelte finder det hensigtsmæssigt at følge ved *sin* tilrettelæggelse og udførelse af undervisningen. En sådan debat kan give anledning til en yderligere afklaring af synspunkter til gavn for den individualisering af undervisningen, som lovforslaget tilstræber.

1.3. Hæftets opbygning og indhold

Om opbygningen af nærværende vejledning skal her kort anføres følgende:

Med udgangspunkt i formuleringen af formålet for folkeskolen gives i afsnit 2 en beskrivelse af formålet for folkeskolens matematikundervisning, idet der herunder anføres en række almene mål for denne undervisning. I afsnit 3 følger dernæst en beskrivelse af de faglige hovedområder for undervisningen. I afsnit 4 fremsættes generelle synspunkter vedrørende matematikundervisningens tilrettelæggelse både med henblik på det rent faglige og med henblik på mere praktiske spørgsmål. Herunder gives en omtale af sideløbende kurser. Afsnit 5 omtaler fagets placering i folkeskolens 10-årige løb. Undervisningens indhold er angivet og kommenteret i afsnit 6.

2.1. Undervisningens relation til folkeskolens formål

I forslag til lov om folkeskolen fremgår det af § 4, at skolen er en fagdelt skole. Det vil sige, at skolen søger at opfylde sit formål ved at lade eleverne beskæftige sig med fag. Fagrækken er ikke fri, men anført i lovforslagets kapitel 2. Da matematik er et af de her nævnte fag, kan formålet for folkeskolen umiddelbart overtages som overordnet formål for folkeskolens matematikundervisning. Undervisningen i dette fag skal derfor åbne mulighed for tilegnelse af viden, færdigheder, arbejdsmetoder og udtryksformer, som medvirker til den enkelte elevs alsidige udvikling, ligesom der i arbejdet med faget skal søges skabt sådanne muligheder for oplevelse og selvvirksomhed, at eleven kan øge sin lyst til at lære, udfolde sin fantasi, opøve sin evne til selvstændig vurdering og stillingtagen og udvikle sig i tillid til sig selv og til fællesskabets muligheder.

Kort formuleret skal undervisningen i faget sigte mod at give den enkelte elev mulighed for at tilegne sig sådanne ma-

tematiske begrebsdannelser og tankegange, som kan tilgodese elevens behov og alsidige udvikling.

Disse overordnede mål giver imidlertid ingen oplysninger om, hvad matematikundervisningens indhold skal være. Hvad er matematik? Hvad er det for matematiske emner, eleverne skal tilbydes færdighed, viden og indsigt i? Skal det færdighedsmæssige afvejes på ens måde over for det forståelsesmæssige inden for fagets forskellige områder?

Arbejdet med sådanne spørgsmål, på hvilke der ikke kan gives entydige svar, er et led i enhver matematiklærers virksomhed i folkeskolen. At give svar på spørgsmål som ovenstående er netop det samme som at pege på mål for undervisning i faget. I nærværende redegørelse findes i afsnittene 3 og 6 en angivelse af faglige mål for matematikundervisningen. Denne målangivelse finder sted gennem omtale af vigtige principper og synsmåder for arbejdet med matematik og gennem emnelister for forskellige etaper i undervisningen. Dette indebærer, at nærværende redegørelse kan opfattes som et svar på de ovenfor stillede spørgsmål og herunder på spørgsmålet om, hvad matematik er, det vil sige,

hvad man stræber efter, at ordet »matematik« skal referere til for eleven.

Det må dog i denne forbindelse kraftigt fremhæves, at svaret repræsenterer et valg mellem forskellige muligheder, og at det ikke i nogen objektiv forstand kan siges at være »det rigtige«.

For den enkelte lærer, der har ansvaret for undervisningens tilrettelæggelse og udførelse, kan debatten (med sig selv, med elever, med kolleger og med forældre) om mulige mål for matematikundervisningen da i højere grad virke støttende end kortfattede formuleringer af fagets formål. Traditionen med hensyn til udformningen af undervisningsvejledninger har imidlertid netop været at fastslå – og dermed i en vis grad at fastlåse – nogle få helt overordnede mål for undervisningen. I erkendelse af, at sådanne overordnede mål udskilles under et forsøg på at forene forskellige synspunkter og ikke gennem nogen deduktion*), er der i nærværende hæfte anført en række betragtninger vedrørende forskellige almene mål for undervisningen i faget. På den derved skabte baggrund er foretaget en sammenfatning i form af en kortere angivelse af formålet med undervisningen.

Da skolen sigter mod, at enhver elev kan få mulighed for selvstændig personlighedsudvikling, må det allerede på dette grundlag være rimeligt, at man ved overvejelser af matematikundervisningens indhold søger at udskille sådanne momenter i faget, som kan blive af oplevelsesmæssig betydning for den enkelte.

Som væsentlige træk ved faget, der

*) At deducere vil sige at drage konklusioner ud fra givne forudsætninger.

kommer på tale i forbindelse med de overordnede mål, må nævnes matematikkens beskrivende rolle samt dens deduktive karakter. Angående det første kunne anføres samfundets behov. Skolen skal imidlertid ikke sigte direkte mod den enkeltes erhvervsmæssige funktion i samfundet, men give en almen forberedelse til livet i almindelighed samtidig med, at den tager hensyn til livet i øjeblikket. (Matematiktimerne har også deres egen værdi som levetimer). Der må derfor peges på fagets betydning for den enkelte i de utallige jævne dagligdags situationer, hvor matematiske begreber spiller ind. Her er en dybtgående viden ikke det centrale, men mere tilstedeværelsen hos den enkelte af eksempelvis fortrolighed med tallene og regningsarterne i ganske elementære situationer, fortrolighed med de geometriske former, med deres navne og med angivelse af længde, areal eller rummål for dem, fortrolighed med diagrammer og arbejds-tegninger, med statistik og med begrebet sandsynlighed.

Udover betydningen af faget i simple praktiske anvendelser må man – med vor tids uddannelsessamfund i tankerne – klargøre sig matematikkens rolle som redskab for andre fag, som støttefag. Matematikkens betydning i vor tid er af en sådan art, at næsten alle teoretiske og praktiske uddannelser omfatter udnyttelse af faget, og ofte gives der i tilknytning til sådanne uddannelser særlige kurser i matematik. Ved valget af indholdet af matematikundervisningen bør det da tilstræbes, at man bedst muligt forbereder den enkelte til at nå videre – både i faget og uden for dette, i skolen og uden for denne.

Beviser i matematik spiller en rolle

såvel ved forståelse og anvendelsesmuligheder af enkeltresultater som ved forståelse af større begrebsområder, ligesom ræsonnementer overalt er af central betydning i problemsituationer. Den enkeltes erkendelse af fagets deduktive karakter er derfor væsentlig. Opnåelse af viden om og forståelse af matematiske begreber og metoder kan dog ikke anses for at være tilstrækkeligt. Også visse færdigheder i at anvende begreber og resultater samt færdighed i at anvende arbejdsmetoder, der er karakteristiske for faget, er nødvendige.

Ved de i dette hæfte truffene valg af faglige mål – og herunder specielt udformningen af emnelisterne – er en syntese blevet tilstræbt mellem begrundede forslag, som er blevet fremført i de senere år her i landet og i udlandet, idet der ved et »begrundet« forslag forstås et forslag, hvor en »rimelig« forbindelse er etableret mellem mål for matematikundervisningen og midler til opnåelse af disse mål.

Det er ved fastlæggelsen af disse faglige mål blevet tilstræbt, at det foreslåede ikke ligger for langt fra, hvad der i dag er praktisk muligt i skolen med henblik på spørgsmål som lærerkræfter, klassekvotient og materialesamlinger. Opfyldelsen af disse nye mål – især på de første klassetrin – vil dog forudsætte adgang til materialer i et betydeligt større omfang end tidligere, hvor undervisningen næsten udelukkende drejede sig om talbegreb og regning med tal.

Som konklusion af de foregående overvejelser formuleres fagets formål således:

Formålet med undervisningen er, at eleverne tilegner sig matematiske begre-

ber og indsigt i udvalgte områder inden for matematik.

Undervisningen skal sigte mod, at eleverne erkender fagets rolle som beskrivelsesmiddel og den særlige stilling, som ræsonnementer har i faget. Eleverne skal opnå fortrolighed med, hvordan fagets begrebsområder opbygges, og det tilstræbes, at de får kendskab til arbejdsformer, der kan sætte dem i stand til såvel på egen hånd som i samarbejde dels at erkende, formulere og løse problemer, dels at skaffe sig ny viden.

Undervisningen skal endvidere bidrage til, at eleverne erhverver sig færdighed i brug af faget som beskrivelsesmiddel og øvelse i at løse praktiske problemer.

Ud fra dette formål vælges de emneområder, der skal udgøre undervisningens indhold.

Da der imidlertid ved formuleringen af formålet har været tale om et valg, hvorved nogle formålstjenlige mål er blevet udpeget, medens andre mulige og nærliggende mål ikke er blevet valgt, og da formuleringen betjener sig af meget generelle og overliggende vendinger, vil det være nødvendigt at give en række supplerende overvejelser vedrørende disse mål for matematikundervisningen, inden emneområder for undervisningen fastlægges.

I de tre følgende underafsnit vil der blive givet sådanne supplerende overvejelser. De i disse underafsnit anførte mål vil være at betragte som kommentarer til de valgte overliggende, dels som afledede mål af disse, dels som supplerende mål til disse.

Af praktiske hensyn er underafsnittene

redigeret således, at de hver for sig tilknytter sig et af de tre afledede mål, som det samlede formål åbenbart indeholder. Kommentarerne er altså samlet i en gruppe af mål vedrørende *jagets natur og rolle*, en gruppe mål vedrørende *elevernes arbejdsformer* samt en gruppe mål vedrørende *elevernes viden og færdigheder*.

Ved en fordeling af delmålene i grupper af beslægtede mål på den her valgte måde er det imidlertid uundgåeligt, at ét og samme mål – anskuet under forskellige aspekter – kommer med i mere end én gruppe.

2.2. Mål vedrørende matematikkens natur og rolle

Det må anses for at være et vigtigt mål i denne gruppe at lade eleverne erkende matematikken som et beskrivelsesmiddel af den praktiske virkelighed.

Ved hjælp af matematikkens sprog »oversættes« problemet fra virkelighed til matematikkens begrebsverden.

Når det matematiske problem er løst rent fagligt, »oversættes« tilbage til virkeligheden, hvor fagets skarpe svar da normalt må fortolkes som omtrentlige oplysninger om det betragtede sagsforhold. Ved selve oversættelsen fra virkeligheden til matematikken er der tale om et valg mellem forskellige beskrivelsesmåder. Kun praktiske erfaringer kan afgøre, om der ved det trufne valg er opnået en passende overensstemmelse med de praktiske forhold.

Ofte taler man i ovennævnte forbin-

delse om, at man opstiller og udnytter matematiske modeller af virkeligheden. Elevernes forståelse af begrebet matematisk beskrivelse eller matematisk model er således afgørende for deres forståelse af fagets praktiske anvendelighed.

Et andet mål i denne gruppe er elevernes erkendelse af den deduktive metodes betydning ved fagets opbygning. Denne metode viser sig eksempelvis ved, at man i matematikken påviser, at én sætning er en følge af en eller flere andre sætninger. Det er almindeligt, at mange forskellige sætninger vises at være en følge af nogle få udvalgte sætninger. På denne måde skaber man forbindelsesveje gennem stoffet, og samtidig banes vejen for forståelse af den måde, hvorpå også fagets større teorier kan opbygges som deduktive systemer.

Betydningen af deduktion og ræsonnement er i øvrigt ikke begrænset til at angå fagets opbygning. Ved løsning af opgaver er det således en stadig tilbagevendende sag, at man kan »skyde genveje« i kraft af ræsonnementer ud fra de givne forudsætninger.

Et tredje vigtigt mål i denne gruppe er at give eleverne mulighed for at erkende fagets betydning i situationer, hvor man søger at skabe overblik, at finde frem til regelmæssighed, at ordne eller at systematisere.

Som illustration kan nævnes begreberne delmængde af en mængde og klasseinddeling af en mængde, som begge hører hjemme i den elementære mængdelære.

At have overblik over en mængde kan bestå i at have kendskab til systemer af delmængder af denne mængde. Eksempelvis har vi, at mængden af de natur-

lige tal*) er en delmængde af mængden af de hele tal, at denne mængde er en delmængde af mængden af de rationale tal, som endelig er en delmængde af mængden af de reelle tal. Fortrolighed med denne kæde af mængder kan støtte forståelsen af tallene. Men sådanne ordninger træffes fuldt så ofte uden for faget matematik som inden for dette.

At have overblik over en mængde af objekter kan imidlertid også bestå i at have kendskab til klasseinddelinger af denne mængde. For eksempel kan mængden af de naturlige tal inddeles i klassen af de lige tal og klassen af de ulige tal, mængden af trekanten i de spidsvinklede, de retvinklede og de stumpvinklede trekanten, og mængden af polygoner i trekanten, firkanterne, femkanterne og så videre.

Begreberne delmængde af en mængde og klasseinddeling er nogle af de simpleste, som kan tjene til at skabe orden og system og dermed oversigt.

I matematikken opbygger man imidlertid en række af mere komplicerede begreber og begrebssammenhænge, som alle har en tilsvarende rolle. Som særlig

*) De naturlige tal er tallene 1, 2, 3, 4, 5,

De hele tal er tallene . . . -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,

De rationale tal er de tal, der kan angives ved en brøk $\frac{p}{q}$, hvor p er et helt tal og q et naturligt tal, for eksempel $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{7}$, $7\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, 3, 14, 10.

De reelle tal er de tal, der kan angives ved en (gerne uendelig) decimalbrøk, for eksempel 15,

3,102030405 . . . , -0,3010, 2,33 333 . . $\frac{1}{7}$, $\sqrt{2}$.

vigtige midler til erkendelse af struktur tjener således relationer og funktioner med specielle egenskaber.

Andre vigtige mål vedrørende fagets rolle og natur er, at eleverne oplever fagets problemorienterede karakter samt ser matematikken som et åbent fag, der er under stadig udvikling.

2.3. Mål vedrørende elevernes arbejdsformer

Arbejdet med faget giver eleverne anledning til at benytte bestemte *arbejdsformer*. Disse arbejdsformer kan være midler, hvormed eleven senere hen i sin tilværelse har mulighed for at erhverve sig yderligere viden på områder, hvor faget direkte eller indirekte spiller ind. I kraft heraf er det et mål for matematikundervisningen at bibringe eleverne bestemte arbejdsformer.

Det må i denne forbindelse anses for at være et mål, at den enkelte elev kommer til at indtage en eksperimenterende holdning ved indlevelsen i matematiske områder, som er nye for ham. Eleven bør nå til erkendelse af, at det ikke blot er tilladeligt, men særdeles hensigtsmæssigt, at man i en sådan indlevelsperiode eksperimenterer med de forelagte faglige situationer. Eleven skal fra sit praktiske møde med de mangfoldige indlæringsituationer kunne uddrage et arbejdsmønster, som kort kan karakteriseres således: Gennem eksperimenter får man erfaringer, og disse erfaringer kommer en til gode, når man gætter på en løsning på et problem i forbindelse med det behandlede emne, eller når man gætter på sammenhænge inden for emnet; enhver gætning kan efterprøves ved supplerende eksperimenter, og man kan

derved blive ført til viden om, at gætningen var forkert, eller yderligere bekræftelse på, at man er på rette spor.

En sådan eksperimenterende holdning til arbejdet i indlæringsituationer eller i problemløsningssituationer – en sådan induktiv arbejdsform – svarer meget nært til den holdning, hvormed man i mangfoldige praktiske situationer angriber det ukendte eller uvante, og den svarer også særdeles godt til den holdning, hvormed man arbejder i andre fag, eksempelvis i de fag, hvor iagttagelse af og systematisering vedrørende vor omverden er centralt placeret. En induktiv arbejdsform svarer også meget nært til den måde, hvorpå opdagelse og udvikling har fundet sted inden for matematikken som videnskab. Traditionen i den elementære undervisning i faget har imidlertid helt frem til de sidste årtier været præget af den opfattelse, at opbevaret viden i systematiseret form af udvalgte faglige resultater (såvel som reproduktion af beviser for sådanne resultaters rigtighed) måtte opfattes som mere værdifuld for den enkelte end den pågældendes oplevelse af og indlevelse i de forskellige begrebssammenhænge.

To kommentarer bør straks knyttes til ovennævnte mål:

For det første må det fremhæves, at der ingen modstrid er mellem kravet om, at eleverne skal kunne erkende fagets deduktive karakter, og kravet om, at eleverne skal kunne nå til en eksperimenterende holdning i indlærings- eller problemsituationer. En sådan eksperimenterende holdning vil lette en begrebstilgængelse, hvilket tillige kan tjene som baggrund for forståelsen af fagets opbygning i deduktive løb.

For det andet er der ikke med fremsæt-

telsen af ovenstående mål givet noget udtryk for, at en undervisningsform, ved hvilken læreren oplyser og meddeler om de faglige sammenhænge samt forklarer herom under brug af eksempler og øvelser, ikke skulle kunne have en fremtrædende plads i folkeskolens matematikundervisning.

Et matematisk fagsprog opbygges under brug af dagligsproget. Fagsproget er bl. a. karakteristisk ved dets brug af særlige symboler og særlig terminologi. Dette fagsprog kan opbygges – og udnyttes – med forskellige krav til skarpheit og præcision. Centralt er det dog, at fagsproget i sin hele karakter er mere forenklet og derved skarpere end dagligsproget, samt at brugen af det nuancerede dagligsprog er uundværlig ved opbygningen og udnyttelsen af matematikkens sprog.

Hvad formuleringsformerne i matematiktimerne angår, gælder det da, at forskellige formuleringer af fagets emner, forskellige beskrivelser af betragtede problemer og anvendelse af forskellige former for symbolbrug kan tjene til forberedelse til senere selvstændig udnyttelse af den i skolen erhvervede faglige viden og indsigt. Det er derfor et mål, at eleverne kan kommunikere i og om faget.

Mange komplicerede problemstillinger løses i dag ikke af enkeltpersoner, men af grupper af personer. Denne arbejdsform – kombineret med fremragende enkeltpersoners visioner – er netop baggrunden for mange af vore tiders udvidelse af menneskets erkendelsesområde.

Mulighederne i et fællesskab kan være afgørende anderledes end mulighederne for den enkelte. Det må da være et mål

for undervisningen, at eleverne erfarer fællesskabets muligheder. Dette mål står åbenbart i nær forbindelse med det ovenfor nævnte, at eleverne kan kommunikere i og om faget.

2.4. Mål vedrørende viden og færdigheder

Ved undervisningens tilrettelæggelse og udførelse bør tilstræbes, at hver enkelt elev får mulighed for at erhverve sig færdighed og viden inden for de emner og del-emner, som udgør undervisningens indhold. Den vægt, som man lægger på henholdsvis det færdighedsmæssige og det forståelsesmæssige (viden og indsigt) vil imidlertid være meget forskellig fra emne til emne.

Generelt kan det dog fastslås, at det i en række af fagets del-emner vil være påkrævet, at eleven kan gennemføre visse standardprocedurer hurtigt og sikkert. Sådanne færdighedskrav vil naturligvis ikke blot angå de ret teknisk betonedede områder såsom talfærdighed, reduktion af tal- og »bogstav«-udtryk og lignings-

løsning, men også mere alment betonedede færdigheder såsom beskrivelse af fremgangsmåder (eksempelvis angivelse af algoritmer), brug af tekniske hjælpemidler og udnyttelse af håndbøger og tabelsamlinger.

Gennem arbejdet med faget opstår der hos eleven en række forestillinger om faglige detaljer. Eleven vil møde disse faglige detaljer i forskellige sammenhænge og repræsenteret på forskellige former. For ethvert fagligt begreb vil målet da mod skolegangens afslutning være, at den enkelte elev i sig har flere repræsentationsformer for begrebet, eller udtrykt på anden måde, at eleven har personlig rådighed over forskellige eksempler, i kraft af hvilke begrebets karakter er opbevaret eller repræsenteret.

Udover erkendelse af fagets problemorienterede karakter er det desuden et mål at give den enkelte elev mulighed for at erhverve færdighed i brug af faget som et beskrivelsesmiddel med henblik på løsning af praktiske problemer og med henblik på at systematisere og skabe overblik.

3

Hovedområder for folkeskolens matematikundervisning

3.1. Fra almene fagmål til mål vedrørende indholdet

Udgangspunktet for valget af indholdet i matematikundervisningen må være: Hvilke områder fra matematikken vil være nærliggende til opfyldelse af de stillede mål.

Når emnerne nu vælges, må det betones, at den ønskelige almene indstilling til faget såvel som den ønskelige arbejds- holdning kan opnås med vidt forskellige emnevalg og med forskellig vægt på de forskellige medtagne emner. Netop denne frihed gør det muligt, at emnerne vælges, så de hver for sig kan yde bidrag over for det personlige (det oplevelsesmæssige såvel som det dagligdags- praktiske) og over for det samfundsmæssige.

Skønnes det, at et bestemt matematisk emne har betydning på det ene eller på begge disse områder, må det kraftigt overvejes at lade emnet indgå i folkeskolens samlede undervisning i faget.

Det er åbenbart, at kendskab til tal for alle er en nødvendig forudsætning for medleven i samfundet. Hensynet til den enkelte elevs udvikling kræver imidlertid også, at de forestillinger, der kan

kaldes frem af ord som »op«, »ned«, »afstand«, »længde«, »areal«, »risiko«, »chance«, »flertallet« og »gennemsnit«, får det meningsindhold og de associationsmuligheder knyttet til sig, som en beskæftigelse med visse grene af matematikken vil give.

Indtil nu har *tallene* og *geometrien* været hovedemner for matematikundervisningen i folkeskolen, og alle erfaringer har tydet på, at dette har været særdeles hensigtsmæssigt. Samtidig har man imidlertid såvel fra erhvervenes side og fra de videregående uddannelsers hold som ud fra hensynet til den enkeltes muligheder for udvikling måttet erkende stedse tydeligere, at kendskab til andre faglige områder end tallene og geometrien er ubetinget nødvendig i vor tid.

De faglige områder, hvis anvendelse spiller stadig stærkere ind såvel for det enkelte samfundsmedlem som for administration og erhvervsliv, er teorier fra statistik og sandsynlighedsregning. For disse områder gælder det, at fortrolighed med grundbegreberne og indlevelse i emnernes natur og rolle vanskeligt kan erhverves af det voksne samfundsmedlem, som ikke i erhvervsøjemed eller ud fra personlig interesse deltager i egentlig un-

dervisning i emnerne. Det bliver dermed en uafviselig opgave for folkeskolen at give alle elever mulighed for at erhverve en grundlæggende indsigt med tilhørende viden og færdigheder på de nævnte faglige områder.

I forlængelse af ovenstående betragtninger og under hensyntagen til matematikkens stilling i samfundet er følgende matematiske discipliner valgt til at udgøre hovedområder for skolens matematikundervisning:

Tal og algebra

Geometri

Statistik og sandsynlighedsregning

3.2.1. Tal og algebra

Det enkelte menneske møder og anvender til stadighed ord og vendinger, der har nær tilknytning til talområdet, for eksempel i forbindelse med priser, løn, alder, skat og temperatur, og træffer sine beslutninger på baggrund af forhold beskrevet ved hjælp af tal.

Tilsvarende er styring og planlægning i samfundet i stor udstrækning baseret på taldata.

Det må da være et væsentligt mål for folkeskolens matematikundervisning, at den enkelte elev får mulighed for at opnå en dybtgående talforståelse og indsigt i de begreber, der knytter sig hertil.

For blot få årtier siden gav tallenes store samfundsmæssige betydning anledning til alvorlige vanskeligheder for matematikundervisningen i skolen. På den ene side måtte det erkendes, at forståelse af tallenes rolle og indsigt i regningsarternes natur og samspil var en nødvendig forudsætning for den enkeltes brug af tal og regningsarter i ikke-

standardprægede situationer. På den anden side måtte man erkende, at oparbejdelse af en rimelig hurtighed i den rent tekniske gennemførelse af de forskellige beregninger såvel som opnåelse af sikkerhed ved sådanne udregninger var ganske overordentlig tidskrævende. Som følge af det samfundsmæssige behov for netop hurtighed og sikkerhed i talregninger hos et flertal af samfundsmedlemmerne måtte svaret på vanskeligheden blive det meget utilfredsstillende, at opøvelsen af færdighed i talbehandling måtte prioriteres forud for opnåelse af forståelse og indsigt.

Den antydede problemstilling fremdrages her, fordi den nævnte vægtfordeling ikke bør opretholdes i fremtiden. Sagen var yderligere foruroligende i kraft af, at man måtte erkende, at flertallet af mennesker, der ikke i deres erhverv fik brug for dagligt at arbejde med tal, i løbet af få år ganske mistede den færdighed, som man havde frembragt og opretholdt gennem øvelsespræget arbejde i en meget stor del af den tid, som stod til rådighed for faget i skoletiden.

De forhold, som betingede de ovenfor omtalte vanskeligheder for matematikundervisningen, er i dag totalt ændrede. Det samfundsmæssige behov for tal og talbehandling er ganske vist større end nogen sinde, og løsningen af de dybtgående samfundsmæssige vanskeligheder med hensyn til planlægningen af samfundets udvikling kræver ubetinget større indsigt og forståelse end tidligere. Den afgørende lettelse i situationen skuldes imidlertid, at anvendelsen af tekniske hjælpemidler – strækkende sig fra enklere mekaniske bordregnemaskiner til det mest moderne datamatiske udstyr – har præget administration og er-

hvervsliv i en grad, som gør det ikke blot rimeligt, men samfundsmæssigt særdeles ønskeligt, at vægten med hensyn til arbejdet med tallene nu udpræget skiftes fra det træningsbestemte til det forståelsesmæssige, idet en vis talfærdighed dog stadig må kræves.

Det afgørende vil være, at eleven i forelagte opgaver med problemkarakter har fuld forståelse af, hvad der skal foretages med de angivne tal, og i hvilken rækkefølge og sammenhæng de forskellige talregninger skal gennemføres. Det vil endvidere være ønskeligt, at eleven ved beskæftigelse med enkle tal er i stand til at udføre simple beregninger hurtigt og med høj sikkerhed.

I beskæftigelsen med tallene og regningsarterne mødes en række begreber og faglige metoder, som hører ind under den matematiske disciplin *algebra*. I algebraen behandles lovmæssigheder for kompositioner (regningsarter). Love for addition og multiplikation, de indledende regler vedrørende ligningsløsning og udvidelsen af talområdet fra de naturlige tal til de rationale tal er altsammen spørgsmål, som behandles mere alment i algebraen.

En dybere forståelse af dette faglige område vil kunne opnås ved beskæftigelse dels med andre kompositioner end de sædvanlige regningsarter inden for tallene dels med regning inden for andre områder end tal, for eksempel sammensætning af særlige funktioner i geometrien.

Sådanne beskæftigelser vil give et begyndende kendskab til nogle algebraiske grundbegreber og til matematiske metoder, der anvendes inden for algebraen. Dette vil danne baggrund for en dybere forståelse af tal og talanvendelser, og

samtidig vil det kaste lys over andre områder af faget. Det må da være et mål for undervisningen, at eleverne tilegner sig algebraiske grundbegreber.

Relationsbegrebet er et af de mest centrale begreber i matematikken. Fortrolighed med dette og kendskab til særlige relationer som »mindre end«, »gå op i«, »stå vinkelret på« og »være kongruent med« vil være en nødvendig forudsætning for erkendelse af fagets rolle som beskrivelsesmiddel. Relationer optræder overalt i de valgte hovedområder. Det er således i forbindelse med arbejdet med kompositioner vigtigt at beskæftige sig med relationer i de betragtede mængder.

I mange problemsituationer er åbne udsagn (for eksempel ligninger) et vigtigt værktøj. Der vil især inden for algebraområdet være rige muligheder for at arbejde med åbne udsagn og mulighed for at erhverve færdighed i løsning af visse typer af ligninger og uligheder.

3.2.2. Geometri

Fra forsøg på at beskrive sider af vores omverden har geometrien udviklet sig til et særligt erkendelsesområde.

Dele af dette erkendelsesområde kan betragtes som rent beskrivende. Man interesserer sig for eksempel for, at kugler ligger inden i kasser, at linier står vinkelret på hinanden, at punkter ligger på linie. Andre dele kan betragtes som beregnende. Der sættes mål på afstand, længder, vinkler, buer, flader m. m.

Ved den enkeltes erhvervelse og opbevaring af viden spiller grafiske repræsentationsmåder en stor rolle. Sagsforhold vil ofte være erindret i tilknytning til et diagram eller en anden form for illustration. Geometriske begreber vil på denne

måde være til støtte for arbejdet med alle områder af faget.

Det er væsentligt, at en lang række matematiske strukturer kan mødes så at sige i geometrisk iklædning, og desuden gennemtrænger den geometriske terminologi hele faget, idet ord som: »punkt«, »rum« og »afstand« i stor udstrækning anvendes inden for andre matematiske områder og ikke kun i geometrien. Sådanne anvendelser er naturligvis ikke tilfældige, men finder sted, hvor der er en rimelig strukturmæssig overensstemmelse mellem det behandlede emne og geometriens begreber. Der kan derved opnås en vis anskuelighed af begreberne, hvorved der kan vindes yderligere inspiration for tanken.

Opbygningen af geometrien kan fagligt ske på en række udvalgte grundbegreber som punkt, linje, afstand og areal. Mange af de gloser, der dækker disse grundbegreber, bruges særdeles ofte i det almindelige sprog. Eleverne må gennem undervisningen opnå fortrolighed med sådanne geometriske grundbegreber.

Geometriske beskrivelsesmidler omfatter en lang række grafiske illustrationsmåder fra den mest primitive skitse til mere forfinede opstillingsmåder såvel som de forskellige symbolske illustrationsformer. Endvidere omfatter beskrivelsesmidlerne også rent fysisk fremstillede modeller af geometriske objekter. Eleverne må erhverve fortrolighed med anvendelse af sådanne grafiske beskrivelsesmidler, herunder også fremstilling af dem, for eksempel ved konstruktion.

Konstruktionsopgaver, der ikke er helt trivielle, har problemkarakter. Ofte kan sådanne opgaver først løses efter en om-

hyggelig analyse af en prøvefigur. Man antager det givne for opfyldt for så at søge andre egenskaber end de givne, som så nødvendigvis må være opfyldt for figuren. Analysen føres så langt frem, at man kan gennemføre en konstruktion på tegnepapiret af en figur, for hvilken i hvert fald de fundne nødvendige betingelser er opfyldt. Denne figurfrembringelse er dog ikke det centrale matematisk set. Det afgørende er, om man nu omvendt kan gennemføre et bevis for, at enhver figur, der har de ved konstruktionen sikrede egenskaber, også opfylder de givne krav.

Et sådant arbejde med konstruktion kan føre til fagligt set centrale overvejelser angående analyse og syntese. I forbindelse hermed må det anses for et mål for undervisningen, at den bidrager til erkendelse af deduktionens fremtrædende rolle i matematikken.

Geometriundervisningen må desuden give eleverne kendskab til en række områder af den beregnende geometri. Kendskab til beregning af omkreds, areal og rumfang, til udnyttelse af kongruens og lighedannethed, til indretning og brug af skalaer vil være af betydning for den enkelte som baggrund for det praktiske livs situationer og for videreuddannelsen.

Det er et mål for geometriundervisningen, at eleverne erkender, at mange af fagets øvrige emner kan træffes i en geometrisk udgave. Ikke mindst algebraiske strukturer vil kunne illustreres på særdeles varieret måde i tilknytning til geometriske aktiviteter.

Ved formuleringen af vor tids matematik spiller funktioner og mængder af funktioner en fundamental rolle. Den faglige udvikling har i forbindelse her-

med bevirket, at grænserne mellem geometri og algebra i fagmatematikken er blevet helt udviskede. For at opnå et tidssvarende indtryk af de geometriske begreber er det derfor nødvendigt, at undervisningen omfatter væsentlige afbildninger om projektioner, flytninger og multiplikationer.

Gennem tiderne har geometrien haft en stærk placering som skolefag. Under den tidligere skoleordning startede det egentlige arbejde med området dog relativt sent i skoleløbet. Afstanden mellem det første møde med fagets grundbegreber og præsentationen af en deduktiv opbygning blev derfor lille. Ved at lade arbejdet med geometrien udstrække sig over hele skoleløbet kan der gives rimelig tid til, at de centrale grundbegreber kan fæstne sig, inden et mere systematisk arbejde med lovmæssigheder og sammenhænge begyndes.

3.2.3. Statistik og sandsynlighedsregning

Når talen er om tallene og om geometrien, finder alle det berettiget at henvise til disse områders fundamentale betydning for den enkelte og samfundet. Grunden er den indlysende, at disse emners begreber i bogstavelig forstand gennemtrænger vor hverdag. Dette gælder imidlertid også, omend på mere indirekte vis, for fagområdernes statistik og sandsynlighedsregning, som er af afgørende betydning ved beskrivelser og analyser af samfundsmæssige forhold. Med udgangspunkt i disse fag opbygges teoretiske modeller for brug ved overvejelser og beslutningstagen inden for alle samfundets områder, og gennem anvendelsen af statistik og sandsynlighedsregning, eller gennem anvendelse af fagområder, som bygger på disse grunddisci-

pliner, skabes grundlaget for afgørelser vedrørende planlægning, styring og kontrol af mange af samfundets processer.

Statistikken beskæftiger sig med beskrivelser af datamaterialer og med alle de processer, der knytter sig hertil. Ved en statistisk analyse af en samfundsmæssig situation vil en række opgaver derfor indgå i statistikerens arbejde: Efter en nærmere undersøgelse af den forelagte situation fastlægges først, hvilke data der kan komme på tale til belysning af det givne problem. Ofte må her foretages en udvælgelse af data blandt mange mulige. Dernæst må de ønskede data indsamles og registreres på passende måde. Derefter foretages den statistiske beskrivelse af det indsamlede datamateriale, og statistikerens udvælger til denne proces den mest formålstjenlige beskrivelsesmetode. Datamaterialet kan måske i én situation bedst fremlægges ved grafiske illustrationer, i en anden situation kan det derimod fremstilles mest overskueligt tabellarisk. Eller måske kan den information, der er indeholdt i datamaterialet, gives videre på fyldestgørende måde blot ved angivelse af nogle få karakteristiske talværdier, deskriptorværdier, som udregnes på grundlag af det givne statistiske grundmateriale. Først når den statistiske beskrivelse har fundet sted, kan datamaterialet fortolkes, og konklusioner af betydning for den betragtede praktiske situation drages.

Ofte må statistikerens drage konklusioner, som rækker ud over det datamateriale, der direkte indgår i den statistiske analyse. Dette forekommer, når de indsamlede observationer betragtes som en stikprøve fra en større grundmængde af mulige observationer. Fortolkningen af de opnåede resultater kan da ikke

foretages med fuld sikkerhed, men må støtte sig på sandsynlighedsteoretiske overvejelser.

Ved undervisningen i statistik og sandsynlighedsregning i skolen kan ikke alle de ovenfor nævnte aspekter i den statistiske analyse gøres til genstand for en grundig omtale. Undervisningen må centreres om de to emners fundamentale begreber og disses anvendelser i situationer, som vedrører elevernes hverdag. Undervisningen må give eleverne en begrebsmæssig baggrund for dagligdags udtryk som chance, risiko og tilfældighed, og den må give eleverne mulighed for at opnå fortrolighed med elementære eksperimenter af stokastisk (tilfældig) art.

Eleverne må gennem undervisningen i statistik og sandsynlighedsregning nå frem til ved passende beskrivelsesmidler at kunne skaffe sig overblik over et indsamlet datamateriale. De må endvidere kunne udlede relevante oplysninger fra givne statistiske beskrivelser, og de må kunne tage stilling til holdbarheden af konklusioner og fortolkninger, der foretages i tilknytning til sådanne beskrivelser.

For såvel statistik som sandsynlighedsregning gælder det, at beskæftigelsen med dem i skolen mest hensigtsmæssig sker gennem en udbredelse over den samlede skoletid. Begrebsafgrænsningen kan for begge emners vedkommende med fordel indledes i en erfaringsindsamlende fase på de første klassetrin, videreføres i en mere præciserende og systematiserende fase på mellemtrinnet og afrundes i en ræsonnerende og vurderende fase på de seneste klassetrin.

Beskæftigelsen med statistik og sandsynlighedsregning giver anledning til et

intimt samspil såvel mellem de to emner indbyrdes som mellem disse emner og tallene og geometrien. Statistikens begreber fremhæver nye aspekter ved anvendelse af tallene og ved behandlingen af taldata. Emnernes begreber opbygges sædvanligvis under brug af mængdelærens sprog, herunder funktionsbegrebet, og geometrisk illustration kommer stærkt på tale ved den udbredte anvendelse af grafiske afbildninger.

3.2.4. Om samspil mellem fagets discipliner

Emnerne for undervisningen i matematik er valgt fra tre af fagets hovedområder. På de første klassetrin vil eleverne imidlertid ikke have mulighed for at erkende disse forskellige områders særpræg. Her vil oplevelsessituationerne sædvanligvis indeholde arbejde med konkrete ting. Disse situationer vil for eleverne have et helhedspræg, medens underviseren vil vide, at der indgår træk fra forskellige fag og fra forskellige fagområder.

Ved ethvert arbejde med konkrete ting indgår elementer fra geometrien. Denne beskriver jo blandt andet det rum, hvori vi lever, og heri de figurer og legemer, vi træffer på. Ved enhver overvejelse over legemers opbygning og legemers indbyrdes placering i rummet vil et samspil mellem geometriske begreber og begreber fra algebraens og tallenes verden finde sted.

Som et eksempel på samspil mellem fagets discipliner på mellemtrinnet kan tænkes en situation, hvor man af en samling af forskelligt farvede kugler tilfældigt skal udtage et bestemt antal kugler. To elever udfører i fællesskab eksperimentet 100 gange og illustrerer de 100

resultater ved et passende diagram. Ved udførelserne af eksperimentet og ved frembringelsen af diagrammet vil eleverne have anledning til at tale sammen under brug af dagligsproget suppleret med særlige ord og vendinger, der angår såvel sandsynlighedsregningens begreber (eksperiment, hændelse, udfald, hyppighed etc.) som geometriens begreber (kugle, kvadrat, rektangel, længde, bredde, koordinatsystem, samme form). At også tallene indgår ved samtalen er helt åbenbart; for det første foretages der en række optællinger, dernæst udregninger af forhold. Endvidere kontrollerer man udregningerne ved at undersøge, om summen af frekvenserne er lig med 1. Endelig vil registreringen af de 100 udfald såvel som frembringelsen af diagrammet være aktiviteter, som falder under den elementære deskriptive statistik.

Ovenstående forenkede og skematiserede undervisningssituation har været fremdraget til illustration af, at fagets discipliner kan spille meget nært sammen netop ved en beskæftigelse med materialer fra virkeligheden. Arbejdet med sådanne oplevelsessituationer må anses for at være særlig vigtigt, såfremt man har ønske om, at faget skal være praktisk anvendeligt for den enkelte. Problemsituationer i virkeligheden fremtræder normalt med et helhedspræg, og således at det ikke uden videre kan ses, hvilke hjælpemidler man kan sætte ind for at

nå til oversigt over eller endnu bedre til løsning af problemet. Ja, i en virkeligheds-situation vil man endda sjældent på forhånd vide, om netop faget matematik vil være et primært hjælpemiddel ved et problems løsning.

Tænker man nu på dækningen af målene for et bestemt af fagets emner senere i skoleløbet, så kan man som udgangspunkt for undervisningen tage praktiske situationer, ved hvilke det pågældende emne opleves og erkendes i sit samspil med de øvrige. En sådan tilrettelæggelse forhindrer naturligvis ikke, at man periodevis koncentrerer arbejdet om en enkelt af fagets discipliner. Specielt vil det på højere klassetrin være hensigtsmæssigt at behandle delemner samlet, således at begrebssammenhænge og måske deduktive løb vedrørende delemnet kan komme til at stå så klart for eleven som muligt. Ved tilrettelæggelsen af en sådan emnepræget undervisning vil det være lærerens opgave at afveje, i hvilket omfang og på hvilke steder han ved den faglige opbygning vil inddrage beskæftigelse med konkrete materialer eller med eksempler, der har praktisk tilknytning. Sådanne undervisningsmomenter kan dels tjene til motivation, dels give baggrund for elevernes erkendelse af samspillet mellem fagets forskellige områder og det delemne, der står centralt i arbejdet i den pågældende periode.

4.1. Om begrebstilegnelse

I de foregående afsnit er der ved flere lejligheder blevet peget på, at indlæring af et begrebsindhold må tage sit udsping i situationer, der har oplevelsens præg. Man kunne måske forvente, at en klar sprogligt formuleret beskrivelse eller definition ville være tilstrækkelig til at befordre begrebstilegnelsen. Fastlæggelse af en definition er imidlertid et senere skridt i indlæringsprocessen end selve begrebsafgrænsningen; i særdeleshed på de første klassetrin. Det er væsentligt, at denne afgrænsning skal ske i den enkelte elev, og at den dermed er betinget af, at den pågældende har mødt et passende antal situationer, i hvilke begrebets kerne har været fastholdt, medens sider af situationen, der er uvæsentlige for begrebet, er blevet varieret. Det er således varierede oplevelsessituationer, der giver den enkelte anledning til at samle opmærksomheden om det fælles og til at se bort fra det forskellige, eller sagt med andre ord: anledning til at abstrahere begrebet.

Et andet vigtigt forhold ved den enkeltes begrebstilegnelse er, at den pågældende møder »objekter«, der har den

omhandlede begrebsmæssige kvalitet, såvel som objekter, der ikke har den. Netop denne kontrast bevirker, at eleven kan inddele de af ham kendte objekter i dem, der har, og dem, der ikke har den egenskab, som er sagens kerne.

Et tredje vigtigt forhold ved begrebstilegnelsen er, at samme begrebsindhold bliver tilgængeligt for eleven i flere forskellige »ikklædninger«, eller sagt på anden måde, at samme begrebsmæssige indhold huskes af den enkelte i forskellige former. Der er her tale om en variation i mere overordnet forstand end ved det først omtalte princip for begrebsdannelse.

Det fremgår ovenfor, at indlæringsprocessen for hvert grundlæggende begreb må anses for at kræve mere end blot en formel præsentation på tavle eller i lærebog af en definitions-mæssig vedtægt. På denne baggrund må hele arbejdet med faget gennem det 10-årige skoleløb betragtes: Det ene primære begreb efter det andet skal tilegnes af den enkelte for derefter at indgå ved den pågældendes indre opbygning af (erkendelsen af) sekundære begreber. På denne måde fortsættes den faglige begrebsudvidelse gennem årene, idet den

støtte, som læreren ved undervisningen giver den lærende i stedse højere grad kan baseres på mundtlige og skriftlige meddelelser.

Ved matematikundervisningens organisering er det inden for de givne rammer lærerens ansvar at beslutte, hvilke detailemner der skal arbejdes med, i hvilken rækkefølge de givne eller valgte emner skal tages, og i hvilket omfang hvert emne skal behandles. I denne forbindelse er det vigtigt at erindre, at begrebet faglige emner aftegner sig vidt forskelligt for elev og for lærer.

For den, der allerede er velkendt med matematikken, er den faglige viden ofte repræsenteret i klar emnemæssig afgrænsning. Matematiklæreren kan som regel for sig selv gøre klart, hvori hans kendskab til et enkelt fagligt område består, og han kan herunder præcisere sin viden i en systematisk opstilling, som måske endog svarer til et deduktivt løb gennem hele det pågældende stofområde.

En helt anden situation foreligger for den uerfarne, der skal indføres i et ukendt stofområde. Her kan man ved den enkeltes indlæringsproces kun i ringe grad udnytte den klare systematik og afgrænsning, som spiller så stor en rolle ved den erfarnes fordybelse i områdets enkelte emner. Man må da advare mod en organisering af folkeskolens matematikundervisning, ved hvilken undervisningen finder sted i adskilte discipliner.

4.2. Spiral organisering af undervisningen

I det følgende er anført nogle betragtninger over en organisering af matematikundervisningen, ved hvilken der kan

opnås et intimt samspil mellem de forskellige faglige emner og begreber, og ved hvilken der samtidig er gode muligheder for at yde støtte til elever, som ikke måtte have opnået afklaring ved et tidligere møde med de behandlede faglige sammenhænge.

Ved en såkaldt spiral (eller koncentrisk) organisering af undervisningen behandles ethvert emneområde i flere forskellige etaper fordelt gennem hele skoletiden eller en vis del deraf. Behandlingen i den enkelte etape udformes under hensyntagen til det niveau, hvorpå eleven da befinder sig, og ved hver ny behandling af et område drages der omsorg for, at der knyttes bånd til det tidligere lærte under udnyttelse af de erfaringer, som er opnået ved arbejdet med andet stof i den mellemliggende periode. Dette indebærer specielt, at de første klassetrin i høj grad må baseres på beskæftigelse med konkrete materialer, idet der jo ikke her kan bygges på forudgående aktiviteter (i undervisningen) med det pågældende faglige spørgsmål.

Når en vis begrebsafgrænsning vedrørende et emne har fundet sted i en første etape, udnytter man den erhvervede viden med den dertil hørende sprogbrug og eventuelle symbolbrug ved et efterfølgende arbejde med tidligere behandlede emner, hvor man har brug for videregående øvelse eller dyberegående viden. Herved styrkes ikke blot begreberne fra det førstnævnte emne, men samtidig styrkes og udvides de andre begreber. I ethvert tilfælde, hvor man tager en emnekreds op, som længe har været relativt uberørt, vil man have let adgang til at foretage en vis tilbagegående »repetition«.

Det er fra ovenstående beskrivelse

klart, at en spiral organisering af det faglige stof passer særdeles godt sammen med en undervisningsform, hvor udgangspunktet tages op i oplevelsessituationer, som har helhedspræg. I sådanne situationer møder man jo de mange forskellige emner i et samspil, og dette svarer udmærket til, at man ved den spirale organisering ofte arbejder med et ret vidt felt af faglige områder. Samtidig må det dog fremhæves, at den spirale organisering udmærket kan finde sted ved et arbejde, som holdes bundet til et enkelt større fagligt område.

Den matematiklærer, som har besluttet sig for et indhold for en bestemt periode af undervisningen, og som dernæst overvejer dette indholds »fordeling« over den pågældende periode, kan finde støtte til sine overvejelser ved at planlægge under den omtalte spirale model. Lærers kendskab til fagets deduktive opbygning kan give en vis baggrund for en opdeling på hovedemner for arbejdet, og hans erfaring med hensyn til særligt vanskelige passager kan give anledning til yderligere opdeling i mindre etaper. »Blandingen« af etaperne kan dernæst ske under hensyntagen til samspilsmulighederne. Eksempelvis: »Når dette om tallene er til rådighed, kan dette fra geometrien tages op. Men først når disse geometriske begreber er fæstnede, kan der skabes motivering for denne udnyttelse af geometri og tal til illustration af flytningernes rolle«.

4.3. Faser i indlæring og undervisning

Ved matematikundervisningens tilrettelæggelse og udførelse må der tages hensyn til det enkelte barns udvikling, det

vil sige hensyn, som ikke primært er fagligt begrundede.

Medens behandlingen af størstedelen af den matematiske emnekreds i folkeskolen tidligere fandt sted på de ældste klassetrin, er det nu hensigten at sprede stoffet over hele skoleløbet. Dette ønske skyldes dels karakteren og dels omfanget af det stof, som det må anses for skolens opgave at gøre alment tilgængeligt. Kun ved en systematisk planlægning af begrebsdannelserne op gennem klassetrinene vil der blive tid til en hensigtsmæssig behandling. Ønsket grunder sig også på, at mange forsøgsresultater antyder, at der kan opnås en sikrere begrebstilegnelse, dersom visse sider af begreberne bliver behandlet i undervisningen på tidspunkter, hvor de på særlig måde harmonerer med elevernes udviklingstrin. Det er for eksempel ved anvendelsen af en tegning i visse tilfælde væsentligt at kunne følge linjerne på figuren. I andre tilfælde er det væsentligt at kunne passere tværs over linjerne og erkende, om man er inden i eller uden for et område.

Der findes mange områder, hvor det er særlig let at motivere yngre elever til aktiviteter, der giver dem nogle ønskede erfaringer eller færdigheder, medens det erfaringsmæssigt er meget vanskeligt at motivere ældre elever til at gøre de samme erfaringer, samtidig med at det kan konstateres, at de ældre elever ikke fra livet i almindelighed har fået disse begreber afgrænset tilstrækkeligt til en senere undervisning. Udbredelsen af det matematiske stof over hele skoleløbet skaber imidlertid en række faglig-pædagogiske problemer. Der må for eksempel foretages et valg af, i hvilken afvejning oplysning kan ske gennem verbal med-

delelse kontra elevaktiviteter med konkrete materialer, eller på hvilket tidspunkt en overgang fra en eksemplificerende til en mere formel matematisk definitionsmetode kan finde sted.

Med støtte i psykologiske hypoteser om barnets udvikling og byggende på læreres erfaringer kan barnets udvikling med hensyn til indlæringsprocessen groft karakteriseres ved følgende tre faser:

I de første skoleår præges elevens beskæftigelse med faget af *tilegnelse og brug af begreber og af tilhørende ord og symboler* i tilknytning til situationer, som er meningsfyldte for eleven.

I de midterste skoleår præges elevens beskæftigelse med faget af voksende *præcisering og systematisering* i forbindelse med den fortsatte brug af den stedse mere udvidede begrebskreds.

I de senere skoleår præges elevens faglige arbejde stedse dyberegående af *enkeltræsonnementer og slutningskæder* i forbindelse med den fortsatte brug af fagets begreber og den fortsatte præcisering og systematisering inden for den tilegnede begrebskreds.

Det er ikke hensigten med denne fremdragelse af tre forskellige faser i indlæringsprocessen at antyde, at der er nogen skarp adskillelse mellem faserne. Systematisering og præcisering finder åbenbart sted på alle alderstrin, og ræsonnementer indgår tilsvarende ved beskæftigelsen med faget både i de første skoleår og på mellemtrinnet. Et forsøg på at lægge faste bånd på undervisningen svarende til det for hver fase nævnte særpræg vil derfor utvivlsomt være direkte uhensigtsmæssigt. En nærmere overvejelse af de tre etaper i skoletiden vil dog

formentlig vise, at selve erkendelsen af det omtalte særpræg giver læreren udvidet baggrund for at tage stilling til de forskellige muligheder for tilrettelæggelse og udførelse af undervisningen.

4.3.1. Erfaringsindsamling, begrebsdannelse, sprogtilegnelse

i de første skoleår kan undervisningen kun i ringe grad bygge direkte på meddelelser eller forklaringer fra læreren til den samlede klasse. Eleverne har vidt forskellige erfaringer fra de forudgående leveår samt vidt forskelligt ordforråd, og hertil kommer, at de samme ord og vendinger ikke behøver at dække over samme meningsindhold for de forskellige elever.

I disse første år vil hver elev gennem beskæftigelse med undervisningsmaterialer kunne uddybe sit erfaringsfelt og tilsvarende sit begrebsområde. Gennem lærerens valg af materialer får klassens elever erfaringer og dermed et fælles begrebsområde, som gør samarbejdet og samværet med de andre elever i klassen udbytterigt.

Eleverne motiveres i fælles oplevelsesituationer til samtale om de ting, som de i bogstavelig forstand har i hænderne, og gennem samtaler med læreren – individuelt, gruppevis og klassevis – knyttes sproget sammen med de tilegnede begreber. Begreberne får navne, idet disse navne bruges i de oplevelsesfyldte situationer, hvor begreberne indgår. De mange forskellige trekantede ting, som eleven beskæftiger sig med, tjener til afgrænsning af begrebet »trekantethed« såvel som begrebet »en trekant«. Enhver af de trekantede plader er trekantet i kontrast til de plader, som er firkantede eller femkantede.

Senere i elevens udvikling vil »en trekant« opfattes i en ideal forstand som et geometrisk begreb. Til den tid vil eleven kende en række af almengyldige sætninger om trekanten, det vil sige sætninger, som gælder for enhver trekant. Disse sætninger handler om andre begreber (om andre tankemæssige objekter) såsom vinkler, højder, medianer, midtnormaler, omkreds, areal.

For ethvert af disse begreber er der gennem årene i den enkelte elev foregået en stadig uddybning og en stedse videregående »idealiserings«, som har sin begyndelse i helt konkrete manipulationer med materialer som ståltråd, piberensere, sugerør, pap, papir og saks, med hvilke eleven har dannet figurer, eller med materialer som papir, blyant, lineal og vinkelmåler, med hvilke eleven har frembragt tegninger af de ting, som hun eller han tidligere havde i hænderne.

Når eleven på mellemtrinnet eller på de højere klassetrin bliver i tvivl under sin tankemæssige beskæftigelse med begreberne, kan der gribes tilbage til et tidligere trin i begrebsopbygningen. Det kan blive nødvendigt at støtte tankegangen med en (måske meget grov) skitse på tegnepapiret eller med en meget omhyggeligt konstrueret tegning, på hvilken man kan se, hvordan sagen forholder sig; men det kan også – selv for den erfarne matematiker – blive nødvendigt at gå helt tilbage til manipulation med udklippede figurer eller rumlige modeller for at få »hold på tankerne«.

Eksemplerne i det foranstående er geometriske. Begynderen kan tilsvarende bruge de grundlæggende begreber vedrørende tallene, sandsynlighedsregningen og statistikken i tilslutning til motiveret beskæftigelse i situationer, hvor

disse begreber har en rolle, som erkendes af eleven. Der er imidlertid en helt afgørende forskel på at addere to tal (i en for eleven meningsfyldt sammenhæng) og at forklare, hvad addition er, en afgørende forskel på at afgøre korrekt, hvilken hændelse der er den mest sandsynlige af to erkendte hændelser ved et eksperiment (som eleven selv er med til at udføre) og at forklare, hvad en hændelses sandsynlighed er, eller hvad »mere sandsynligt« skal betyde. Denne forskel mellem brug af begreber og af den tilhørende terminologi på den ene side og sproglig forklaring af begrebernes natur og af betydningen af de brugte ord og symboler på den anden side er særdeles væsentlig. På de første klassetrin må elevens brug af begreber og sprog gå forud for elevens forklaring om de faglige sammenhænge.

4.3.2. Systematisering og præcisering

På de midterste klassetrin råder eleverne over en sådan mangfoldighed af faglige begreber, at en systematisering og præcisering vil være hensigtsmæssig. Naturligvis er der allerede på de foregående trin sket en vis strukturering af stoffet. Opdeling på emner og udnyttelse af ligheder og forskelle inden for de behandlede faglige områder er imidlertid i de første år baseret på erkendelse gennem erfaring og brug snarere end på ræsonnerende overvejelser vedrørende begreberne.

På de midterste klassetrin kan der træffes præcise aftaler vedrørende de enkelte begrebers rolle og vedrørende betydningen af de benyttede ord og symboler. Sådanne aftaler indgår naturligt i undervisningen, dersom denne er spiralt organiseret over det samlede skoleløb.

Hidtil har begreber og regler blot været brugt, nu tales der om dem, og der dvæles ved deres karakteristiske træk. På 4. og 5. klassestrin er beskrivelserne jævne formet end på 6. og 7. klassestrin, og på alle klassestrin i disse »midterste« år forberedes de mere præcise aftaler ved eksempler og øvelser, der motiverer eleverne til selvstændig indlevelse i og erkendelse af det begrebsindhold, som ønskes præciseret.

Den begrebsmæssige præcisering kan gennem disse klassestrin angå ikke blot fagets hovedemner, men også sådanne hjælpebegreber, der er af afgørende betydning ved formulering af matematiske tankegange, for eksempel grundbegreber fra mængdelære og logik og spørgsmål vedrørende funktioner og relationer.

Eleverne har nu baggrund for at overveje og sammenligne matematiske strukturer, som de tidligere kun har kunnet opleve gennem forskellige funktionelle iklædninger. Her kan man eksempelvis tænke på de mange forskellige organiserede mængder, som eleven har arbejdet med. De mængder og de funktioner, som her har været i brug, stammer fra såvel tallenes som geometriens område, og strukturerne har herudover været mødt i spil og lege, som er af tilsyneladende ikke-matematisk karakter. På denne baggrund kan systematisering og præcisering vedrørende organiserede mængder påbegyndes. Videreførelse af sådanne algebraiske overvejelser – og specielt ræsonnementer vedrørende algebraiske strukturers egenskaber – hører dog først hjemme på folkeskolens senere klassestrin.

Af særlig betydning er det, at eleverne nu kan udnytte enkelt-ræsonnementer og kortere slutningskæder på en mere be-

vidst måde end tidligere. Afgørende er det imidlertid, at ræsonnementerne angår det meningsindhold, som optager eleven: På baggrund af et taleksempel indser eleven, at en eller anden regel vedrørende tallene har almen gyldighed; på baggrund af en bestemt tegnet figur indser eleven, at en geometrisk sætning har almen gyldighed. Sådanne til eksempler bundne ræsonnementer baner imidlertid vejen for mere alment gennemførte beviser på senere undervisningstrin. Det vil i almindelighed være unyttigt at kræve reproduktiv indlæring af ræsonnementer på de midterste klassestrin. Derimod vil det være særdeles ønskeligt, at eleverne ofte bringes i situationer, hvor de selv drager slutninger. Man kan i en vis forstand sige, at ræsonnementer bruges meget i denne fase af undervisningen; men at ræsonnementerne selv ikke endnu gøres til genstand for omtale eller overvejelse.

4.3.3. Den deduktive fase

I den foregående omtale af undervisningen på mellemtrinnet blev det nævnt, at eleverne gennem de første 6–7 års undervisning kunne opnå kendskab til en mangfoldighed af almengyldige matematiske læresætninger. De fleste af disse sætninger vil være blevet accepteret af eleverne ud fra overvejelser vedrørende bestemte eksempler. Sådanne overvejelser kunne imidlertid – med udbytte for eleverne – i stigende grad omfatte enkelt-ræsonnementer såvel som kortere slutningskæder, men ved alle beviser måtte det anskuelige og det indholdsbundne være dominerende.

På de senere klassestrin i folkeskolen bliver det nu muligt at illustrere, hvorledes de mange sætninger, som eleverne er blevet fortrolige med, står i indbyr-

des følgerelation. Til forståelse af den deduktive metode og af dennes rolle vil det dog på dette udviklingstrin være mere hensigtsmæssigt at beskæftige sig med mange korte deduktive løb gennem forskellige dele af stoffet end at søge en sammenhængende opbygning gennemført af enkelte emner.

Ved ethvert sådant deduktivt løb påvises det, at en række af de sætninger, som eleverne på forhånd ved brug har lært at værdsætte, er en følge af nogle få af disse sætninger. Mange elever har nu modenhed til at erkende rækkevidden af sådanne forbindelser mellem sætningerne, og for de særligt interesserede kan det blive en fængslende tanke, at man kan vælge forskellige udgangspunkter for et deduktivt løb gennem en vis samling sætninger. Erkendelse kan dermed opnås af vigtige aspekter vedrørende følgerigtighed og af de måder, hvorpå man sikrer sig en sådan.

Beskæftigelsen med de mange korte deduktive løb kan også tjene til at skabe forbindelseslinier gennem stoffet, hvilket atter kan bevirke, at eleven selvstændigt kan »genopbygge« en delvis glemt sammenhæng. For eksempel kan det detaljerede indhold af en sætning være glemt, mens ideen i bevisgangen erindres i en sådan form, at sætningen kan genetableres, når motivation herfor er til stede.

Ved bevisførelsen spiller de betragtede sætningers meningsindhold fremdeles på de højere klassetrin en afgørende rolle for eleven. Er der for eksempel tale om beviser vedrørende geometriske figurer, så vil elevens overvejelser være direkte knyttet til de forestillinger, som fremkaldes ved arbejdet i tegneplanen. Specielt vil figurbetragtninger indgå i beviserne, således at eleven ser (og dermed

indser), hvorledes sagsforholdene »må« være. Men også når talen er om bevisførelsen i de øvrige emner, vil binding til meningsindholdet være afgørende for »forståelsen« af beviserne. På denne baggrund er det rimeligt at omtale deduktionen i den her betragtede fase som en indholdsbinden deduktion.

På folkeskolens seneste klassetrin vil det imidlertid i voksende grad være muligt for elever under ræsonnementerne at se bort fra meningsindholdet, således at bevisernes rigtighed afgøres ud fra mere formelle betragtninger. For eksempel kan gældende relationer mellem de indgående matematiske objekter nu erkendes som vigtigere end selve objekternes karakter.

Ved arbejdet med de deduktive løb bør det på ingen måde tilstræbes, at alle de på forhånd kendte sætninger bliver inddraget. Der skal kun være tale om en illustration af den deduktive metode.

4.3.4. Undervisning af handicappede

Tendenser i tidens pædagogiske og politiske filosofi peger hen mod integrering af handicappede elever i den almindelige skole, ikke blot administrativt, men også pædagogisk og socialt, således at en del af de elever, der i dag undervises i institutioner og specialskoler, i fremtiden gerne skulle kunne fungere i en almindelig klasse.

Det må forudses, at en sådan integrering af børn med forskellige former for handicap vil kunne medføre særlige vanskeligheder i undervisningen, både af social og indlæringsmæssig art. I mange tilfælde må formålet for undervisningen og overvejelserne angående tilrettelæggelsen, som er anført i denne undervisningsvejledning, anses for at være rime-

lige og dækkende, idet særlige hjælpemidler dog vil være nødvendige. De støtteforanstaltninger, der eventuelt skal iværksættes, er naturligvis bestemt af handicappets art. I andre tilfælde vil overvejelser angående de anførte måls rimelighed over for eleven – især i forbindelse med det faglige indhold for de ældste klassetrin – føre til, at målene må modificeres. Hvor integrering finder sted, kan det være nødvendigt, at en speciallærer inddrages såvel i de metodiske og didaktiske overvejelser som i selve undervisningen.

Alt efter handicappets art kan det være nødvendigt at inddrage særligt sagkyndige (skolelæge, skolepsykolog etc.) i et samarbejde, der kan give det bedst mulige grundlag for en skolemæssig behandling, der tager sigte på specifikke vanskeligheder. Hvor handicappet er af fysisk art, er det fortrinsvis teknisk apparatur, der må være til stede, og dette må kunne betjenes af læreren. En forudsætning for en heldig integrering er, at den handicappede accepteres i klasse miljøet. Der bør derfor lægges vægt på det sociale i gruppen. Også forældresamarbejdet er af afgørende betydning.

Hvor handicappet skyldes eller følges af svag begavelse, vil det standpunkt, eleven kan nå i de forskellige områder af faget, kunne ligge langt fra det almindelige for elever med samme alder. Ofte vil sproglige barrierer og læsestandpunkt være hindrende for tilegnelsen af matematikken, og det kan være vanskeligt for eleven, måske umuligt, at slutte fra konkrete tilfælde til almengyldige regler, ligesom eleven i højere grad end de øvrige elever kan have behov for et konkret meningsindhold i et ræsonnement. Matematiske beviser kan tabe deres me-

ning, ved at eleven, selv om han kan acceptere hvert enkelt trin i beviset, ikke kan favne helheden.

I forbindelse med undervisning af intelligensretarderede elever kan særlig opmærksomhed rettes mod denne vejlednings mange bemærkninger angående omhyggelighed ved begrebstilegnelsen og anvendelse af konkretiseringer.

Hvor matematikundervisningen i klassen bliver for stor belastning eller må anses for at være uden værdi for den handicappede, bør den skolemæssige placering overvejes, eventuelt med henblik på optagelse i undervisningsklinik i faget matematik.

4.4. Induktive arbejdsformer

Den deduktive metodes fundamentale rolle i matematikken har været omtalt flere steder i det foregående. Man må imidlertid gøre sig klart, at kimen til størstedelen af de faglige opdagelser historisk set har været undersøgelser af bestemte eksempler fra det betragtede område eller forsøg med variation inden for allerede erkendte sammenhænge. Netop på baggrund af en åben og forsøgspræget holdning opnåede – og opnår – fagmatematikerne den indsigt, som muliggør en afsluttende systematiseret præsentation af de fundne resultater som led i en deduktiv opbygning.

Ved den traditionelle matematikundervisning i skolen – og den blev jo indledt på mellemtrinnet – har man naturlig nok lagt vægt på, at den systematiske og deduktivt prægede fremstilling af faget skulle blive kendt af eleverne. Man har imidlertid – med begrundelse i at undervisningen lå ret sent i folkeskolens løb – kun givet eleverne meget begræn-

sede muligheder for at få en indledende oplevelse af de betragtede begrebsområder gennem individuel eksperimenteren.

I de sidste årtier har man ved forsøgsundervisning i matematik været interesseret i, om det ville være relevant at lade eleverne eksperimentere individuelt med dette fags »råmaterialer«. Erfaringerne har herved vist, at indledende eksperimenter med matematiske sammenhænge let lader sig arrangere, samt at den enkelte elev herved får mulighed for i egen takt at nå til en første begrebsafklaring. Eleverne engagerer sig oplevelsesmæssigt i arbejdet; de bliver intrigerede ved vanskelighederne, som de selv har skabt sig; de glæder sig, når de kan gætte sig til en sammenhæng; de skuffes – og prøver med nye ideer – når en første gætning ved videre eksperimenteren viser sig at være ugyldig.

Der foreligger dog ikke nogen oplysning om, i hvilket omfang det eksperimenterende arbejde hensigtsmæssigt kan indgå i den samlede matematikundervisning. Ved en forklarende og meddelende undervisning vil man jo kunne oplyse om overordentlig mange sagsforhold, som den enkelte elev næppe kan eksperimentere sig ind i. Det er imidlertid en kendsgerning, at kun et mindretal af eleverne har kunnet få rimeligt udbytte af meddelelserne og forklaringerne. Netop derfor vil det være afgørende, at man finder frem til en afvejning, hvor den eksperimenterende indledning af arbejdet kan tjene som en passende baggrund for den meddelende og forklarende undervisning.

Som et eksempel på eksperimenterende arbejde kan tænkes på en situation, hvor en talmængde forelægges for eleverne. Den kan alt efter klassetrinnet

været angivet blot ved en aftale: »Lad os tænke på de naturlige tal under 100«, eller den kan være forelagt på listeform. Stiller man nu et spørgsmål som følgende: »Kan I finde de tal, som...«, hvor man på prikkernes plads angiver en eller anden egenskab, så har man startet en induktiv arbejdssituation. Man kunne for eksempel prøve at finde de naturlige tal, som er mindre end 100, og for hvilke det gælder, at tallets kvadrat minus 1 er deleligt med 6. Sagt i et sprog for mellemtrinnet søger man altså her mængden af de naturlige tal x , for hvilke det gælder at x er mindre end 100, og at 6 går op i x^2-1 Hvad sker der i den person, som accepterer problemet? Ja, lad os først antage, at den pågældende ikke for nylig har beskæftiget sig med et spørgsmål som det forelagte. Lad os dernæst antage, at den pågældende ikke er blevet afskrækket fra »at prøve sig frem«. Det vil da være nærliggende, om personen undersøger, om 1^2-1 er delelig med 6, om 2^2-1 er delelig med 6, o.s.v. Men netop »og så videre« er allerede nu et springende punkt. Det er i hvert fald givet, at forskellige personer vil gennemføre forskellige antal af sådanne »eksperimenter«. Det er også givet, at registreringen af de fundne resultater sker på vidt forskellig måde. Nogle vil måske planløst notere de tal, som ved udregning viser sig brugelige, og måske vil de pågældende også gennemføre udregningerne på tilfældigt udvalgte tal. Andre vil måske omhyggeligt nedskrive en del af talrækken for dernæst at kontrollere det ene tal efter det andet i den skrevne rækkefølge, idet de ledsager udregningerne med overstregning af navnene for de ubrugelige tal. Atter andre vil måske helt undlade at ledsage over-

vejeliserne med nogen skriftlig registrering. De pågældende har imidlertid alle tilladt sig at eksperimentere med situationen, dette har ført dem til at observere karakteristiske træk – forskelle eller ligheder – mellem de forskellige enkelttilfælde, og dette har igen ført personen til at gætte eller, anderledes udtrykt, til at danne sig en hypotese. I det her betragtede simple tilfælde vil det være fælles for flertallet, at en regel for udvælgelse af de søgte tal melder sig, allerede når nogle få af de første hundrede naturlige tal har været til overvejelse. Måske lægger »forsøgspersonen« med tilfredshed blyanten fra sig efter blot nogle enkelte noteringer med bemærkningen: »Ja, men det er jo bare alle de naturlige tal, for hvilke det gælder at...«, og med en sådan generalisering har den pågældende da udstrakt opgaven til at omfatte også naturlige tal, der er større end 100.

I det betragtede tilfælde vil det naturligvis være let for en matematiklærer at give et ræsonnement, i kraft af hvilket den ønskede delmængde af de naturlige tal kan nedskrives. Dette ræsonnement vil imidlertid ikke dukke op i matematiklæreren uden foranledning. Foranledningen kan selv hos den meget erfarne bestå i indledende induktive overvejelser. I kraft af sådanne eksperimenter med tilhørende overvejelser når matematiklæreren selv til en klar forståelse af en simpel regel til udvælgelse af de søgte tal, og han vil derefter kunne fremstille sagen deduktivt: »Ethvert sådant tal er brugeligt, fordi ..., og intet andet tal er brugeligt, fordi ...«.

Hvis eleverne skal få anledning til at opleve en række af bevidsthedstilstande, gennem hvilke der opstår en stedse tyde-

ligere overbevisning om, at sagsforholdet må være på netop denne måde, og hvor de første elementer af et ræsonnement begynder at tage form, er det ikke tilstrækkeligt, at de bliver gjort bekendt med den erfarnes endelige formulering af ræsonnementerne. De må derimod gives lejlighed til at anvende en induktiv arbejdsform, hvilket vil åbne mulighed for, at eleven øger sin lyst til at lære, udfolder sin fantasi og opøver sin evne til selvstændig vurdering og stillingtagen.

4.5. Om basisstof

I afsnit 3 blev faglige hovedområder angivet for skolens undervisning i matematik, og i afsnit 4 blev dernæst undervisningens tilrettelæggelse omtalt. Den mere detaljerede beskrivelse af det krævede faglige indhold af undervisningen findes i afsnit 6. I nærværende afsnit skal nu fremsættes nogle almindelige bemærkninger med særligt henblik på begrebet sideløbende kurser. Disse bemærkninger angår i en vis forstand også undervisningens tilrettelæggelse.

Ved den samlede tilrettelæggelse af undervisningen i faget bør det tilstræbes, at rigelig tid afsættes til behandlingen af de grundlæggende begreber inden for hvert enkelt af de anførte emner. Dækning af hvert af disse emner må opfattes som et overordnet fagmål for undervisningen. Den grad, hvortil dette mål opfyldes, vil være afhængig af den opnåede forståelse af emnets grundlæggende begreber og begrebssammenhænge, såvel som af den mængde af detaljer, som dækkes ved undervisningen. Det vil her være lærerens opgave at sikre, at alle elever i klassen opnår en bærekraftig indlevelse i de grundlæggende begreber

og begrebsammenhænge, som hører til emnet. For hvert emne må læreren således søge at afklare begreber og begrebsammenhænge, der har særlig betydning for det efterfølgende arbejde i faget eller uden for dette – eksempelvis i det praktiske liv. Læreren må herved tilstræbe, at hver enkelt elev får lejlighed til at arbejde med grundlæggende begreber i et omfang, der for den pågældende kan sikre, at han kan bygge videre på dem. Naturligvis vil dette kun kunne ske skønsomt, og man kan næppe foretage den her nødvendige individualisering af undervisningen, med mindre man råder over særlige supplerende undervisningsmaterialer. For enhver etape i undervisningen – således også for 8. og 9. klassetrin – udgør de i listerne i afsnit 6 anførte emner tillige med de krav til viden og færdigheder, der fremgår af de foranstående betragtninger, det for etappen ønskelige *basisstof*.

Dette basisstof kan behandles i forskellig grad af detaljering. Jo flere detaljer (med tilhørende sprogbrug og med tilhørende anvendelsesområder) man inddrager, desto større bliver naturligvis undervisningens omfang. Hver enkelt elev skal have mulighed for at dække basisstoffet i det for ham passende omfang.

Hensynet til en efterfølgende undervisning kræver imidlertid, at der ikke kan være fuld frihed ved udfyldningen af basisstoffet. Intet emne må udelades, men ethvert emne skal være behandlet, således at det centrale i det har fået mulighed for at fæstne sig. Medens der eksempelvis således i forbindelse med arbejdet med løsning af andengradsligninger kan være nogle elever, der opnår en indsigt i særlige sammenhænge mellem en lignings rødder og dens koefficienter,

som andre elever ikke får, må det kraftigt tilstræbes, at alle opnår forståelse af anvendelse af bogstaver som variable, af ensbetydende regninger, samt får færdighed i at anvende en eller anden algoritme, der leder til løsning af simple andengradsligninger. Det må også anses for centralt, at der er givet forståelse af, hvorledes problemer kan føre til opstilling af en ligning.

Det er vigtigt, at alle elever får hensigtsmæssig magt over alle centrale dele af basisstoffet, hvilket indebærer forståelse af grundbegreber og sammenhænge, indlevelse i arbejdsmetoder og tilegnelse af færdigheder. Læreren kan i nogen grad sikre dette, såfremt han i sin meddelende og forklarende undervisning for eleverne lægger hovedvægten på arbejdet med disse centrale dele af stoffet. En sådan meddelende og forklarende undervisning kan knyttes til et fælles grundmateriale (en fælles lærebog).

Man kan altså forestille sig, at undervisning i den centrale del af basisstoffet for 8. klassetrin udfylder den samlede undervisningstid for de elever, som man i traditionel forstand ville betragte som »svage« inden for faget. Disse elever vil da ved undervisningen på 9. klassetrin formentlig have en bedre baggrund for arbejdet der, end hvis de var blevet tvunget til at følge »bedre« elever ved en mere klassepræget tilrettelæggelse af det samlede arbejde. Man kan stræbe efter at tilrettelægge undervisningen således, at en »gennemsnitselev« kommer til at deltage dels i et grundigt arbejde med de centrale dele af basisstoffet og dels i en passende udfyldning af det samlede basisstof. Man må samtidig tilstræbe, at elever med særlige faglige interesser får mulighed for at nå lige så langt ud over

det for klassetrinnet passende ved behandling af basisstoffet, som elevens evner gør det muligt. For eksempel i forbindelse med selvstændig læsning.

Ved arbejdet på 9. klassetrin vil det nu være vigtigt, at man ved alle situationer, hvor der i den fælles undervisning bygges på stoffet fra 8. klasse, begrænser sig til at bygge på de centrale dele af basisstoffet for 8. klassetrin. En sådan tilrettelæggelse af undervisningen vil passe særlig godt, hvis denne er spiralt (eller koncentrisk) organiseret. Ved arbejdet med hvert emne går man da så at sige indledningsvis et skridt tilbage i forhold til den forrige behandling af emnet. Man begrænser sig altså til at bygge på, hvad man kunne kalde det centrale begrebsområde for det pågældende emne. Herved giver man den elev, der ved forrige møde med emnet ikke fik lejlighed til at se det i en rimelig klarhed, mulighed for at indhente det manglende og at følge med til det nye inden for emnet.

Det er åbenbart, at der ikke ovenfor er givet – og at der ikke kan gives – klare oplysninger om, hvad »de centrale dele« af basisstoffet er. Heller ikke kan der gives klare oplysninger om, hvad der er en passende udfyldning af basisstoffet for klassetrinnet. Det er her – som almindeligt ved pædagogisk planlægningsarbejde – nødvendigt at bygge på lærerens erfaring og indfølelse. Det vil imidlertid være af afgørende vigtighed, at man begrænser sine krav til passende dækning af basisstoffet i en sådan grad, at der bliver bedst mulig tid til at arbejde med det stof, der skønnes at være af særlig betydning. Utvivlsomt vil der i tilknytning til matematikundervisning blive udarbejdet undervisningsmateriale, hvor lærebogsforfattere vil gi-

ve udtryk for deres skøn med hensyn til basisstoffet og dets særligt centrale grundbegreber. Sådanne undervisningsmaterialer vil være til støtte for læreren, men de vil principielt ikke fritage ham for ansvaret for at foretage den tilrettelæggelse af arbejdet, som svarer til hans klasse og til de enkelte elever i denne.

4.6. Om sideløbende kurser

Hvad angår undervisningen på 8., 9. og 10. klassetrin, er der mulighed for at tilrettelægge undervisningen i to sideløbende kurser af forskelligt omfang. I denne forbindelse skal der peges på, at en elevs placering på det ene eller andet kursus ikke i sig selv må tillægges betydning for elevens videre uddannelse og beskæftigelse. Man må imidlertid gøre sig klart, at valget af kursus overlades til eleven og elevens forældre, således at placeringen ikke foretages af skolen på baggrund af eksempelvis bedømmelse, men nok i forbindelse med rådgivning.

Når undervisningen gennemføres på to kurser af forskelligt omfang, er det et krav, at der skal være fælles overordnet formål for de to kurser. Dette formål dækkes imidlertid i forskellig grad ved hvert af kurserne, idet såvel dybde som bredde vil være forskellig. Eksempelvis kan man tænke sig, at eleverne på det mere omfattende kursus arbejder deduktivt med stoffet i højere grad end eleverne på det mindre omfattende kursus. Da de overordnede (almene) mål for undervisningen omfatter kendskab til brugen af deduktion inden for faget, vil det imidlertid være i strid med loven, hvis man ikke i begge kurser har en dækning af sådanne mål. Det vil altså ikke være tilladeligt at reducere det

mindst omfattende kursus til udelukkende at bestå i praktisk orientering inden for de behandlede emner.

Målene for arbejdet med basisstoffet for klassetrinnet skal være ens for et kursus med mindre omfang (M) og et kursus med større omfang (S). I denne forbindelse mindes der om, at de centrale dele af basisstoffet ikke kan angives blot ved en emneliste, idet ordet »stof« skal tages i bred forstand og således dække såvel forståelse og viden vedrørende grundbegreber, som færdigheder med hensyn til særligt væsentlig udnyttelse af disse grundbegreber og endelig videre udvikling af arbejdsmetoder og af arbejdsholdninger. Forskellen i kursernes omfang fremkommer ved, at man ved hvert kursus stræber efter en til kurset hørende »gennemsnitlig« udfyldningsgrad (med hensyn til såvel fordybelse som detaljering). Forventningerne til »gennemsnitseleven« på kursus M vil således være mindre end til »gennemsnitseleven« på kursus S, hvorimod krav om dækning af basale begrebsområder vil være det samme.

En elev, der har fulgt kursus M, kan udmærket have udnyttet muligheden for divergens fra det »gennemsnitlige« i en sådan grad, at den pågældende har udfyldt basisstoffet for klassetrinnet på en måde, der svarer til – eller går ud over – forventningerne i relation til kursus S. En anden elev på M (eller eventuelt på

S) kan have indlevet sig blot i de centrale dele af basisstoffet. Den sidstnævnte elev vil imidlertid ikke være udelukket fra at følge matematikundervisning i eksempelvis gymnasiets matematisk-fysiske linie. Han har – såfremt han har accepteret undervisningen – rådighed over det elementære stofs begreber, og princippet ved al efterfølgende uddannelse bør være, at en sådan uddannelse tager sit udgangspunkt i den centrale, del af basisstoffet for det foregående undervisningstrin. Altså vil elever, der har tilegnet sig dette stof, have baggrund for at følge undervisningen sammen med elever, der er nået ud over dette, såfremt evner og specielt interesse er til stede. Helt afgørende for tilrettelæggelsen af de sideløbende kurser vil det være, at man afstår fra at tilstræbe, at alle elever på samme kursus når »det samme«. En sådan stræben vil direkte være imod lovens hovedtanke. Der bør på begge kurser være lejlighed til individuelle indlæringsløb. En elev på S kan derfor meget vel have specialiseret sig i ganske enkelte retninger, men i øvrigt blot have udfyldt de centrale fagmål (have tilegnet sig det centrale basisstof), og en elev på M kan – ved selvstændig læsning og intensiv udnyttelse af undervisningstilbuddene – udmærket have opnået en indsigt, som ikke blot på enkelte områder, men på det samlede emnefelt går ud over basisstoffet for kursus S.

Fagets placering i folkeskolens undervisning

5

5.1. Generelle bemærkninger

Ifølge § 4 i loven er faget matematik obligatorisk på 1.–9. klassetrin. Ifølge § 7 er faget tilbudsfag på 10. klassetrin, og det kan ifølge § 8 gives i to sideløbende kurser på 8.–10. klassetrin.

I nærværende undervisningsvejledning er dette forløb i mange af betragtnin-

gerne delt op i tre hovedafsnit, et begyndertrin, et mellemtrin og et sluttrin.

Der er i det følgende afsnit 6 anført en række emner, som skal udgøre undervisningens indhold. Det er fundet hensigtsmæssigt, blandt andet under hensyn til skoleskift og under hensyn til ovennævnte muligheder for sideløbende kurser, at der for hvert af klassetrinnene 7 og 10 er givet en selvstændig beskrivelse.

6.1. Hovedområder for folkeskolens matematikundervisning

Hovedområder for folkeskolens matematikundervisning er:

1. Tal og algebra
2. Geometri
3. Statistik og sandsynlighedsregning

Det vil sige, at det er fra disse hovedområder af faget matematik, at emnerne i de følgende emnelister er hentet.

Behandlingen af dette stof skal ske under brug af hjælpebegreber fra logik og mængdelære (herunder funktionsbegrebet) samt under brug af datalogiske hjælpebegreber (herunder algoritmebegrebet).

Afsnit 6.3 indeholder lister over de valgte emner. Der er her ved beskrivelsen hovedsageligt anvendt faglige udtryk. Der kan naturligvis ikke af dette læses, at disse fagudtryk skulle gøres aktive for eleverne på det alderstrin, udtrykkene står nævnt ved.

Listerne i afsnit 6.3 er inddelt efter tidsmæssige afsnit i skoleløbet, og herunder efter hovedområderne. Indholdet

for matematikundervisningen på det 10. klassetrin er dog beskrevet særskilt i afsnit 6.4.

Den valgte inddeling er kun foretaget for at lette oversigten i nærværende beskrivelse. I den praktiske undervisningssituation vil et emne sjældent optræde isoleret, og det kan ikke anses for hensigtsmæssigt, at større områder behandles isoleret. Eleverne vil således som regel være i situationer, hvor en række begreber, der her er nævnt under forskellige områder, er i spil samtidig.

De forskellige grader af viden, forståelse og færdighed, som kunne ønskes i forbindelse med de forskellige emner, må fremgå af overvejelserne omkring de overordnede mål, og der vil kun være antydningssvise bemærkninger af denne art at finde i emnelisterne.

Disse lister indeholder i øvrigt kun overordnede vendinger. Den nærmere detaljering er dermed overladt til lærere, elever og lærebogsforfattere.

6.2. Om særlige faglige begreber og hjælpemidler

Af afgørende betydning for en tilegnelse af faglige begreber er de former, hvori

disse præsenteres for eleven. Der må ved valg af repræsentationsformer tages hensyn til elevens udviklingsmæssige muligheder, men også til hvad der er sædvane for matematisk fremstillingsform, således at der åbnes mulighed for læsning af supplerende stof.

Da store dele af matematikken er udtrykt ved anvendelse af hjælpebegreber fra mængdelæren, vil det være uomgængeligt, at eleverne får fortrolighed med de mest elementære begreber herfra. Således bør element i en mængde, fælles- og foreningsmængde, delmængde og mængder af ordnede par være til rådighed, tillige med kendskab til visse symbolanvendelser i denne forbindelse. De her nævnte begreber bør tages i anvendelse på skolens første klassetrin.

Åbne udsagn, variabelbegrebet, relationer og funktioner er fundamentale i matematikken, og i et arbejde med disse begreber vil anvendelse af mængder, herunder mængder af ordnede par, være særdeles hensigtsmæssig. En afklaring af disse begreber må finde sted på mellemtrinnet, således at de kan stå til rådighed ved undervisningen på de sidste klassetrin.

Overalt i stoffet vil forskellige grafiske repræsentationsformer være af værdi, idet en hensigtsmæssig illustration ofte på særlig måde kan afdække strukturen i et problem eller fremkalde forestillinger om begreber.

Allerede på de første skoleår anvendes forskellige diagramtyper som Venn-diagrammer, pile-, pinde-, søjle-, oste- og rutediagrammer, ligesom også anvendelse af egentlige grafer kan komme på tale. Af særlig vigtighed er koordinatsystemer, som foruden at være et egentligt emne for undervisningen i mange forbin-

delser kan være et stærkt hjælpemiddel allerede på mellemtrinnet.

Et særligt problem er spørgsmålet om, i hvilken grad hjælpebegreber fra logik skal gøres til emne for undervisningen. Da forståelse af fagets deduktive karakter er et væsentligt mål, vil en række logiske begreber omkring deduktion og bevisførelse være i stadig anvendelse. Det er imidlertid et åbent spørgsmål, om dette arbejde kan fungere gennem den logik, der ligger i modersmålet – justeret på passende steder af hensyn til matematikkens sædvanlige tænkemåder – eller om det vil være hensigtsmæssigt at give en egentlig indføring i logiske strukturer. Det er dog klart, at arbejde med bevisførelse, variable og åbne udsagn nødvendiggør klargøring af for eksempel »ensbetydende åbne udsagn« og kvantorbegrebet (hermed menes for eksempel anvendelser af ord som »nogle«, »ingen« og »alle«. Der tænkes derimod ikke på kvantor-symbolerne), og det vil – også af hensyn til elevernes mulighed for læsning af faglige fremstillinger – være nødvendigt, at en vis symbolanvendelse kommer på tale i denne forbindelse. Formentlig vil modersmålet dog kunne bære gennem ræsonnementer og definitioner både i de første skoleår og et stykke op gennem mellemtrinnet.

Datalogien har en selvstændig placering i skolen som valgfaget *datalære* på 8.–10. klassetrin. Ved undervisningen i dette fag vil anvendelsen af datamaskiner og databehandlingens samfundsmæssige aspekter stå i forgrunden. En række af datalogiens grundlæggende begreber er imidlertid af en sådan art, at de med fordel kan inddrages i matematikundervisningen og benyttes som hjælpebegreber ved arbejdet med de matematiske

emner. Blandt disse må især nævnes data- begrebet og algoritmebegrebet.

Informationer fra den fysiske verden kan ofte udtrykkes ved tal. Disse tal er at opfatte som data, bærere af information. Fra data, der foreligger som tal, og som måske indeholder information om resultatet af en måleproces, prisen på en vare eller værdien af en annuitet, kan foretages beregninger af summer, differenser, gennemsnitsværdier eller største- og mindsteværdier, og af de opnåede beregningsresultater kan udledes oplysninger om den praktiske situation, hvorfra de foreliggende data er indsamlet. Data kan således omformes og behandles, og ny information kan udtrages.

Numeriske data kan også være givet ved diagrammer og grafiske fremstillinger i øvrigt, eller de kan foreligge i form af konkrete repræsentationer som træklodser eller papstykker. I hver af disse situationer kan de givne data udsættes for dataprocesser, der fører frem til nye datastrukturer, hvorfra information kan udtrages. Databehandlingen kan afspejle de virkelige processer fra den fysiske verden. Gennem databehandlingen kan processer fra den fysiske verden derfor efterlignes eller simuleres, og databehandlingen kan derved blive et vigtigt hjælpemiddel, når beslutninger af praktisk art skal tages.

For dataprocessernes tilrettelæggelse for udførelse ved automatiske hjælpemidler er arbejdet med algoritmer af afgørende betydning. En algoritme for en dataproces er en detaljeret plan, som på entydig og fuldstændig måde beskriver processens opdeling i delprocesser. Algoritmer er imidlertid ikke kun et hjælpemiddel inden for de datalogiske fag-

processer, der kan opdeles i en række af operationer, som forløber i en nærmere fastlagt rækkefølge, vil algoritmebegrebet kunne inddrages og benyttes som et værktøj og et beskrivelsesmiddel. I matematikundervisningen vil algoritmer derfor kunne benyttes i udstrakt grad. Dette gælder såvel for elevernes arbejde med de simple beregningsalgoritmer, der er grundlæggende for al talbehandling, som for deres beskæftigelse med mere omfattende problemsituationer, hvor et tilsyneladende indviklet problem ofte gennem en algoritmisk strukturændring omformes til en række overskuelige og rutineprægede delprocedurer.

Selv om de ovenfor omtalte hjælpebegreber er væsentlige og i en vis forstand emner for undervisningen, er de fleste af dem dog ikke anført i de følgende emnelister. Dette skyldes deres særlige karakter som værende hjælpebegreber.

6.3. Basisstoffet for matematikundervisningen på klassetrinnene 1.-10.

6.3.1. 1.-3. klassetrin

Tal og algebra

Naturlige tal og nul, dels som ordens- tal dels som mængdetal. Forskellige former for talrepræsentation. Titalssystemet. Vigtige relationer: flere end, færre end, lige mange. Herunder anvendelse af symboler som $\gg\gg$, $\gg\ll$, $\gg=\ll$, $\gg\neq\ll$.

Addition, subtraktion og multiplikation, herunder anvendelse af betegnelserne $\gg\text{sum}\ll$, $\gg\text{differens}\ll$, $\gg\text{produkt}\ll$ og af symbolerne $\gg+\ll$, $\gg-\ll$ og $\gg\cdot\ll$. Opløsning i addender. Opløsning i faktorer. Forberedende arbejde med brøktal. For-

områder. Overalt hvor der arbejdes med beredelse af division. Opøvelse af færdighed i hovedregning ved arbejde med passende tal. Øvelse i brug af algoritmer for addition og subtraktion.

En senere egentlig behandling af algebraiske grundbegreber forberedes.

Simple ligninger og uligheder og andre enkle åbne udsagn.

Anvendelse af tal ved beskrivelse i praktiske situationer – specielt i konkrete målesituationer – med standardiserede enheder og andre måleenheder. Herunder behandles eksempler med længde, areal, rumfang, vægt, tid, penge.

Geometri

Geometriske aktiviteter med konkrete materialer. Geometriske grundbegreber: linjestykke, vinkel, ret vinkel, trekant, firkant, kvadrat, cirkel, kasse, kugle, cylinder.

Symmetri.

Parallelitet og ortogonalitet.

Længde, simple areal- og rumfangsbestemmelser.

Statistik og sandsynlighedsregning

Dataindsamling og beskrivelse af data-materialer ved konkrete modeller og simple grafiske fremstillinger.

Hyppighed, typetal.

Ekstremalværdier, variationsbredde.

Pindediagram.

Kombinatoriske eksperimenter.

Antalsbestemmelse af simpel kombinatorisk art: additive og multiplikative optællinger.

Anvendelse af grafiske hjælpemidler ved optællinger.

Indledende arbejde med stokastiske eksperimenter.

6.3.1.1. Kommentarer

Problemer omkring udnyttelse af mængdebegreber i forbindelse med den første indførelse af de sædvanlige regningsarter for tal indeholder i dag så mange uafklarede faglig-pædagogiske spørgsmål, at den enkelte underviser her må træffe sit eget valg. Først når der er opnået sikkerhed i addition og subtraktion med éncifrede tal, kan arbejdet med additions- og subtraktionsalgoritmer (regneopstillinger) påbegyndes.

Multiplikation må i løbet af 2. og 3. skoleår være behandlet så grundigt, at eleverne umiddelbart behersker alle produkter med éncifrede faktorer. Først derefter indledes arbejdet med multiplikationsalgoritmer.

Det forberedende arbejde med brøktal og forberedelsen af division kan bestå i anvendelse af konkrete materialer eller udnyttelse af praktiske situationer hentet fra elevernes erfaringsverden (f.eks. lighedssituationer). Division kan endvidere forberedes ved åbne udsagn af typen $3 \cdot \square = 12$ og $\square \cdot 4 = 12$.

Det er hensigtsmæssigt, at børnene i det daglige samarbejde om problemløsninger opøves i at vælge regningsart, i at beskrive fremgangsmåden ved talbehandling og i at vurdere resultatet. På denne måde bliver hovedregning ikke blot aflevering af et facit.

Brugen af parenteser indgår gradvist i arbejdet med tallene og regningsarterne.

Øvelser med ikke-standardiserede måleenheder (en armlængde, en flaske, en kugle) kan fremme forståelsen af målebegrebet og motivere indførelsen af standardenheder.

Ved bestemmelse af løsningsmængden til åbne udsagn vil det på disse klasse-

trin i overvejende grad være inspektionsmetoden, der anvendes, hvorfor antallet af elementer i grundmængden bør være overskueligt. Dette gælder, uanset om der er tale om anvendelse af laborativt materiale eller talarbejde på mere abstrakt grundlag (f. eks. i forbindelse med brug af kompositionstavler).

Begrebet symmetri kan fæstnes ved arbejde med figurer og tegneaktiviteter (færdiggørelse af symmetriske figurer, gentagelse af mønstre etc.). Heri kan indgå begreber som parallelitet og orthogonalitet (»vinkelret på«). Arbejdet med disse emner kan danne baggrund for et senere arbejde med afbildninger som projektion, parallelforskydning, drejning og spejling.

Ved anvendelse af afbildninger på tallinjen kan indførelsen af koordinatsystemet forberedes. I dette arbejde ligger samtidig væsentlige træk af vektorbegrebet.

I de første skoleår opbygges en række grundlæggende begreber og hjælpebegreber (jævnfør side 39). Behandlingen af disse må være meget omhyggelig og indgående, da de er grundlaget for hele det fortsatte arbejde i faget.

Det er af afgørende betydning, at opbygningen af disse begreber tager sit udgangspunkt i den for børnene kendte omverden. Her må man imidlertid gøre sig klart, at børnenes opfattelse af og kendskab til den verden, der omgiver dem, er vidt forskellig. Man bør derfor stræbe efter at give dem et fælles erfaringsområde at arbejde i.

I de første skoleår bør der i undervisningen være mange oplevelsesprægede situationer. For eksempel kan man ved en første beskæftigelse med mængdebegrebet supplere arbejdet med at lade

børnene selv optræde som elementer i forskellige mængder.

Til brugen af hjælpebegreberne kan der knyttes anvendelse af en række symboler. Det må dog i denne forbindelse stærkt fremhæves, at en for udstrakt brug af symboler kan virke meget uheldigt, særlig for de svage elever. Derfor bør man være tilbageholdende i brugen af symboler og først præsentere et symbol, når den ønskede begrebsdannelse har fundet sted. Det vil altså sige, at anvendelse af og en længere »sproglig dækning« af et hjælpebegreb i almindelighed går forud for indførelsen af et symbol.

Når et vist talkendskab er til rådighed, kan dette anvendes i forbindelse med optællinger. Man vil herved føres til simple kombinatoriske overvejelser, for eksempel ved at en større optælling kan lattes ved at blive erstattet af addition eller multiplikation af dele af det betragtede materiale.

Anvendelsen af tal i forbindelse med kombinatoriske og statistiske begreber vil understøtte talbegrebet.

Ved visse optællingssituationer kan der indgå et moment af tilfældighed (terningkast). Sådanne situationer omtales som »stokastiske eksperimenter«.

Når et indsamlet talmateriale betragtes, må der sørges for en passende motivation for at undersøge, for eksempel hvilken værdi der er den største forekommende og hvilken den mindste (ekstremalværdierne), hvor hyppigt de forskellige værdier forekommer, herunder den værdi der forekommer hyppigst (typetal). For at få et sådant overblik over det indsamlede materiale, at ovennævnte deskriptorer kan findes, vil det som regel være hensigtsmæssigt at ordne mate-

rialet i en grafisk fremstilling, for eksempel et pindediagram.

De betragtede data må naturligvis hentes fra enkle situationer (antal søskende, fødselsmåned etc.), således at eventuelle indgående tal falder inden for det kendte område.

6.3.2. 4.–6. klassestrin

Tal og algebra

De hele tal – også negative – med deres ordning samt addition og subtraktion.

De fire regningsarter med decimaltal.

Regning med enkle brøktal.

Indledende arbejde med algebraen, hvori indgår begreberne komposition, associativitet, kommutativitet, distributivitet, neutralt element, inverst element.

Reduktion af simple bogstavudtryk.

Primtal og sammensatte tal.

Division med rest.

Åbne udsagn.

Løsning af simple ligninger og uligheder af 1. grad.

Benævnte tal med lette omsætninger, specielt metersystemet.

Simpel procentregning.

Grundbegreber fra handelsregning (køb, salg, fortjeneste, tab og omkostninger).

Geometri

Fortsat og uddybende behandling af geometriske grundbegreber.

Forberedende arbejde med koordinater.

Enkle tegneøvelser, herunder anvendelse af figurtransporter med kalke.

Simpel areal- og rumfangsbestemmelse.

Måling af vinkler.

Statistik og sandsynlighedsregning

Beskrivelse af datamaterialer ved diagrammer og tabeller.

Sorteringer og klassifikationer.

Frekvens, frekvensfordelinger.

Middelværdi.

Kombinatoriske grundprincipper.

Som forberedelse for et senere arbejde med emnerne sandsynlighed og sandsynlighedsfelt udføres stokastiske eksperimenter. Der lægges særlig vægt på fastlæggelse af eksperimentets udfaldsrum og beskrivelse af eksperimentresultaterne ved statistiske hjælpemidler.

6.3.2.1. Kommentarer

Algoritmer for multiplikation og division med decimaltal indføres for at give eleverne et praktisk hjælpemiddel i arbejdet med tal. Talarbejdet må ikke udvikle sig til tidsrøvende taltræning. Hvis eleverne gennem arbejdet med tocifret multiplikator og tocifret division bibringes en klar forståelse af regneopstillinger, vil det senere være en enkel sag at arbejde med større tal.

Under arbejdet med decimaltal vil det være praktisk at indføre overslagsregning, som i øvrigt på 4.–6. klassestrin må anvendes hyppigt.

Regning med enkle brøktal omfatter på disse klassestrin addition og subtraktion samt helt enkle eksempler på multiplikation og division af brøktal. Det må anses for uhensigtsmæssigt at arbejde med divisioner, hvor divisor er angivet som brøk eller decimalbrøk.

De algebraiske aktiviteter på dette trin udgør blandt andet en langsom forberedelse til indførelse af algebraiske grundbegreber. Ved dette arbejde bør grundlaget ikke blot være passende tal-mængder og de fire regningsarter, men må blandt andet også bestå af eksempler fra geometriens område.

Ved at arbejde med division med rest

og med restklasser, får eleverne rige muligheder for at systematisere tallene og opdele disse i klasser, og relationen »går op i« kan afklares.

Ved behandling af åbne udsagn må begreberne grundmængde for en variabel og løsningsmængde til et åbent udsagn inden for en given grundmængde præciseres. Regler for løsning af særlige ligninger og uligheder forberedes gennem eksempler, samtidig med at inspektionsmetoden stadig anvendes.

Det i 1.–3. klasse skitserede arbejde inden for geometrien fortsættes, samtidig med at eleverne lærer at konstruere enkle geometriske figurer ved hjælp af for eksempel vinkelmåler, tegnetrekant, kalke og passer.

I arbejdet med faget gøres en række geometriske fagudtryk aktive for eleverne, for eksempel ord som centrum, korde, højde, midtnormal, indcirkel og omcirkel for trekanter og firkanter, nabovinkel og parallelogram.

I forbindelse med dette arbejde kan eleverne bestemme arealer af forskellige figurer.

For at give elevernes geometriopfattelse en rimelig bredde er det nødvendigt, at de arbejder med og eventuelt selv fremstiller rumlige objekter.

I forbindelse med enkle tegneøvelser videreføres arbejdet med afbildninger som projektioner og flytninger, stadig i konkrete situationer, idet enkle ræsonnementer dog kommer på tale.

Uden at der på noget tidspunkt vil være tale om egentlig vektorregning, vil eleverne dog ved beskæftigelse med for eksempel parallelforskydninger i planen eller i en given retning, ordnede talpar og kvadratnet træffe på sider af vektorbegrebet.

Hvad angår de data, man ønsker at behandle, er det af hensyn til motivationen vigtigt, at eleverne ikke kun møder færdigindsamlede data fra lærebøger og opslagsværker. Eleverne må selv være med til at beslutte hvilke data, der skal behandles, og selv foretage indsamlingen. De vil da herved også komme i berøring med de problemer, der kan ligge i arbejdet med indsamlingen.

6.3.3. 7. klassetrin

Tal og algebra

Opløsning i faktorer.

Positionssystemer.

De fire regningsarter inden for de rationale tal.

Løsning af ligninger og uligheder af 1. grad.

Procentregning.

Simpel handelsregning, omsætninger.

Arealberegning.

Geometri

Grafisk billede i et kordinatsystem af løsningsmængden til simple åbne udsagn, herunder $y = ax + b$.

Lighedannethed (målestoksforhold).

Simple konstruktioner.

Statistik og sandsynlighedsregning

Intervalhyppighed og intervalfrekvens.

Histogram.

Begrebet sandsynlighed, sammenligning af sandsynligheder.

6.33.1. *Kommentarer*

Medens der på de foregående trin har været tale om en begyndende afgrænsning og systematisering af matematiske begreber, må der i 7. klasse foretages en nærmere præcisering af en række af disse.

I forbindelse med opløsning i faktorer kan begreber som største fælles divisor og mindste fælles multiplum indføres.

Arbejde med positionssystemer med forskellige baser vil kunne støtte forståelsen af de anvendte algoritmer. Et sådant arbejde ville i øvrigt også kunne finde sted på tidligere klassetrin.

Løsning af praktiske og teoretiske problemer ved hjælp af åbne udsagn bør optage en væsentlig plads i undervisningen, idet der lægges speciel vægt på selve formuleringen af det åbne udsagn (opstillingen af den matematiske model) og den afsluttende vurdering af den matematiske løsning i forhold til det oprindelige problem.

På dette klassetrin bliver der tale om at etablere en egentlig løsningsteknik for ligninger og uligheder af første grad i én variabel. Der må i den forbindelse sikres eleverne god forståelse af ensbetydende regninger eller fremadregning med efterfølgende prøve.

På 7. klassetrin må man have en god forståelse af de fire regningsarter inden for mængden af ikke-negative rationale tal. Det pointeres, at der her ikke er tale om krav om stor færdighed på et rent teknisk plan, men om indsigt i de taloperationer og algebraiske processer, der indgår i løsning af opgaverne.

I 7. klasse indtager funktionsbegrebet en central plads og en passende fortrolighed med en hertil svarende symbolbrug må opnås. Samtidig anvendes de matematiske hjælpebegreber ved behandlingen af emner fra områder som teknik, økonomi og handel.

Procentregning omfatter blandt andet begrebet rente anvendt i ukomplicerede situationer, og udtrykket »omsætninger«

dækker for eksempel også enkle problemer med fremmed valuta.

Arealberegninger omfatter rektangler og trekanter og kan desuden omfatte cirkler. Hvor der er tale om beregninger på grundlag af målinger, bør der indgå overvejelser over beregningsresultatets pålidelighed.

Rumfangsberegninger omfatter kasse (ret firsidet prisme) og eventuelt cylinder. Arbejdet må i passende omfang støttes til konkrete materialer.

I forbindelse med grafisk afbildning i koordinatsystemet mødes forskellige typer af funktioner. Der lægges specielt vægt på de typer af funktioner, hvis grafiske billede er en ret linje (eller en delmængde heraf), og disse funktioners praktiske betydning vises gennem passende eksempler. Desuden kan netop afbildninger i koordinatsystemet (kombineret med ligninger og uligheder) være et fortrinligt udgangspunkt for yderligere arbejde med de negative tal og regler for regning med disse, ligesom man kommer i berøring med vektorbegrebet.

Det er rimeligt, at funktionsbegrebet på dette klassetrin også kommer ind i billedet som beskrivelsesmiddel for de geometriske flytninger. Disse kan karakteriseres som afstandsbevarende afbildninger (funktioner) fra planen til planen. I forbindelse med behandlingen af lighedethed og målestoksforhold kan der arbejdes med simple tilfælde af geometrisk multiplikation, blandt andet som eksempler på ikke-afstandsbevarende funktioner fra planen til planen.

De geometriske konstruktioner på dette trin skal ses som et middel til, at eleverne opnår fortrolighed med simple punktmængder og disses egenskaber.

Ved udførelsen af stokastiske ekspe-

rimer vurderes chancen for, at visse hændelser indtræffer. Sammenligninger af sådanne chancer vil danne baggrund for en senere indførelse af en egentlig sandsynlighedsfunktion, som knytter tal til hændelserne.

På dette klasstrin foretages også statistisk behandling af talmaterialer, der er af et sådant omfang, at det vil være praktisk at betragte grupperede fordelinger. De fremkomne intervalhyppigheder kan afbildes grafisk i et histogram (søjlediagram), men begreber som interpolation inden for et interval eller beregning af fraktiler indføres dog først på senere klasstrin.

6.3.4. 8.-9. klasstrin

Tal og algebra

Kvadratrod.

Tilnærmet beregning.

En omtale af de reelle tal.

Enkle algebraiske strukturer.

Ligefrem og omvendt proportionalitet.

Polynomfunktioner.

To ligninger af første grad med to ubekendte.

Andengradsligning.

Anvendelse af matematiske metoder på praktiske problemer vedrørende for eksempel handelsregning, rentesregning.

Geometri

Pythagoræiske sætning.

Afstande i koordinatsystemet.

Grafisk billede i et koordinatsystem af simple åbne udsagn, herunder $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{1}{x}$.

Flytninger. Kongruens.

Ligedannethedstransformationer. Ligedannethed.

Konstruktion.

Areal- og rumfangsberegninger.

Vektorer.

Statistik og sandsynlighedsregning

Beskrivelse af praktiske situationer ved data. Dataudvælgelse.

Kumuleret frekvens. Sumpolygon.

Median. Fraktiler: kvartil, centil. Kvartilafvigelse.

Interpolation.

Anvendelse af statistiske tabelværker over datamateriale af samfundsmæssig art.

Beskrivelse af sammenknytninger af to observationssæt ved diagrammer.

Kombinatorisk beskrivelse af ordnede og uordnede stikprøveudtagelser.

Endeligt sandsynlighedsfelt.

Anvendelse af sandsynlighedsregning i simple situationer af stokastisk art.

6.3.4.1. Kommentarer

Ved at præsentere eleverne for praktiske problemer, hvis løsning ligger uden for det allerede kendte talområde, kan en inddragelse af mængden af de reelle tal motiveres.

Det omtales, at de almindelige regnearter for addition og multiplikation også gælder for de reelle tal, og eleverne udfører nu også regning med reelle tal. I denne forbindelse indføres simple regler for regning med kvadratrødder. I øvrigt vil de eksakte værdier i mange tilfælde erstattes af tilnærmede værdier, som hentes fra tabeller eller regnestok.

I arbejdet med algebraiske strukturer indgår blandt andet analyse af forelagte kompositionstavler med henblik på at konstatere, hvorledes en forelagt mængde er organiseret. Endvidere er det rimeligt at give eleverne mulighed for at ind-

se særlige algebraiske træk ved tidligere behandlede organiserede talmængder.

I forbindelse med en omtale af potensbegrebet kan et tals ciffernavn belyses.

Overalt i stoffet indtager funktionsbegrebet en fremtrædende plads. I forbindelse med funktioner anvendes grafiske billeder, og begreber som definitions- mængde, værdimængde og største- og mindsteværdier inddrages. Det vil være naturligt også at behandle andre funktionstyper end de i listen nævnte, for eksempel logaritmer og trigonometriske funktioner. Specielt kan funktionsbegrebet anvendes som middel til beskrivelse af praktiske situationer og problemer fra handel, økonomi og teknik.

Rumfangsberegninger foretages af simple legemer som kasse, kugle, cylinder, kegle og pyramide.

På disse klassetrin vil der i behandlingen af det geometriske stof indgå bevisførelse og kortere deduktive løb.

Begrebet vektorer er medtaget her dels for at sammenfatte en række tilsyneladende forskellige begreber fra geometri og algebra, dels fordi vektorbegrebet vil være et fundamentalt hjælpebegreb for den elev, der ønsker at læse videre i faget.

I arbejdet med vektorer tænkes vægten lagt på selve vektorbegrebet, medens der kun i beskedent omfang vil være tale om regning med vektorer.

Medens man på de tidligere klassetrin kun så på hyppigheder og frekvenser af de optrædende værdier, vil det nu af hensyn til en nærmere undersøgelse af fraktiler være hensigtsmæssigt også at indføre de opsummerede (kumulerede) hyppigheder og frekvenser. Disse kan grafisk afbildes i en sumpylogon.

Beskrivelse af sammenhæng mellem to sæt observationer tænkes udelukkende knyttet til en tegning, og indførelse af deskriptorer til en sådan beskrivelse vil ikke komme på tale.

I løbet af de første 7 klassetrin må begreberne udfald, hændelse og sandsynlighed være afgrænset i en sådan grad, at det på 8. og 9. klassetrin vil være muligt nærmere at behandle begrebet udfaldsrum (det vil her sige en endelig mængde af udfald). Til hændelserne (det vil sige delmængderne) i dette knyttes tal på en sådan måde, at disse tal kan anvendes som sandsynligheder for hændelserne. (Der arbejdes udelukkende med udfaldsrum med få udfald, og alle elementarhændelserne tillægges samme sandsynlighed). Eleverne må have forståelse såvel af opstilling af et udfaldsrum som af valg af en dertil knyttet sandsynlighedsfunktion, ligesom de må kunne udføre simple beregninger inden for dette opstillede sandsynlighedsfelt.

6.3.5. 10. klassetrin

Formålet med undervisningen på 10. klassetrin er at anvende og uddybe hovedområder fra de 9 første års undervisning gennem arbejde med en række eksempler på matematikkens anvendelse i situationer af samfundsmæssig eller fagorienteret art.

Med henblik på arbejdet med disse eksempler kan forskellige regnetekniske hjælpemidler, som ikke tidligere har været inddraget i matematikundervisningen, tages i brug, såsom specielle grafiske metoder og tabeller, regnestok, regnemaskine og datamaskine. Med samme formål kan også nye matematiske emner, hvis faglige grundlag er givet i matematikundervisningen i 1.–9. klasse, indføres.

Emner af matematisk art:

F. eks.: Lineær programmering, spilteori, nomografi, statistisk hypotesetestning, stikprøveudtagning, numeriske metoder.

Emner af samfundsmæssig art:

F. eks.: Lån, afbetaling, opsparing, finansiering, budgettering, værdipapirer, kalkulation, rabat, kredit, afskrivning, skat, afgift, forsikring, lotteri og spil.

Trafik, transport, produktion, planlægning og prioritering.

Emner af fagorienteret art:

F. eks.: Sociologi, psykologi, biologi, geografi, fysik, kemi og teknik.

Arbejdet med anvendelsessituationer kan opbygges omkring forskellige *temaer*, der kan være *anvendelsescentrerede* eller *emnecentrerede*. Af temaer af den første art kan f. eks. nævnes: Samfundsborgeren som skatteyder, som husejer, som afbetalingskøber, som lønmodtager, som forbruger, som medlem af en familie, som borger i en kommune, som medlem af et samfund. Endvidere: Anvendelse af matematik i mekanisk fysik, i elektricitetslære, i arvelighedslære, i trafikplanlægning.

Af emnecentrerede temaer kan f. eks. nævnes: Annuiteter, hypotesetestning, kvalitetskontrol, simulering, optisk geometri, grafteori.

Læseplanudvalgets fagudvalg

Fagudvalg 1

Formændene for de respektive fagudvalg og underudvalg

Fagudvalg 2

Skoleinspektør Mogens Andersen (*formand*)
Skoleinspektør Karl Brøcher
Lektor Hans Jørgen Schiødt
Viceinspektør L. Nabe Nielsen (*sekretær*)

Fagudvalg 3

Skolebestyrer B. Christensen-Dalsgaard
(*formand*)
Overlærer Anders Johansen
Afdelingsleder Tage Werner
Fagkonsulent F. Tommerup Jensen
(*sekretær*)

Fagudvalg 4

Overlærer Kaj Varming (*formand*)
Lærer Gunnar Hansen
Professor Kjeld Winding
Fagkonsulent Arne Sloth Carlsen (*sekretær*)

Fagudvalg 5

Undervisningsinspektør Jens Bach (*formand*)
Skoleinspektør Ann Jeppesen
Afdelingsleder Ole B. Larsen
Fagkonsulent Knud Hansen (*sekretær*)

Fagudvalg 6

Viceskoledirektør Emil Pedersen (*formand*)
Overlærer Kirsten Kjersgaard
Professor Gunnar Heerup
Fagkonsulent Chresten Skov (*sekretær*)

Fagudvalg 7

Overlærer Else Byrith (*formand*)
Skoleinspektør Karl Erik Jørgensen
Professor Poul Steller
Fagkonsulent Asger Byrnak (*sekretær*)

Fagudvalg 8

Skoledirektør mag. art. Kr. Thomsen Jensen
(*formand*)
Sektionschef Johan Engelhardt
Professor Carl Aage Larsen
Viceinspektør J. J. Christensen (*sekretær*)

Læseplanudvalgets underudvalg

Børnehaveklasser

Viceskoledirektør Ingolf Haubirk (*formand*)
Børnehaveklasseleder Gerda Christensen
Undervisningsinspektør Agnete Engberg
Viceskoledirektør Thorkil Holm
Viceskoledirektør Peter Vedde
Afdelingsleder Hans Vejleskov
Fagkonsulent Merete Rein (*sekretær*)

De to første skoleår

Overlærer Kirsten Kjersgaard (*formand*)
Lærer Bente Christiansen
Undervisningsinspektør Agnete Engberg
Professor Carl Aage Larsen
Afdelingsleder Hans Vejleskov
Afdelingsleder Tage Werner
Fagkonsulent Asger Byrnak (*sekretær*)

Prøver og deres anvendelse

Skoledirektør Poul Erik Jacobsen (*formand*)
Afdelingsleder Jørgen Gregersen
Undervisningsinspektør B. Kehlet Nørskov
Fagkonsulent F. Tommerup Jensen
(*sekretær*)

Specialundervisning

Overlærer Kaj Varming (*formand*)
Skoledirektør Niels Jørgen Bisgaard
Ledende skolepsykolog Kai Gjørtz-Laursen
Undervisningsinspektør I. Skov Jørgensen
Afdelingsleder Ole B. Larsen
Fagkonsulent Asger Byrnak (*sekretær*)

Undervisningsvejledning for folkeskolen . Udkast

Hidtil udkommet:

- 1 Dansk
- 2 Matematik
- 3 Fysik/Kemi
- 4 Kristendom/Religion
- 5 Historie
- 6 Geografi
- 7 Biologi
- 8 Musik
- 9 1.-2. klasse
- 10 Fremmedsprog
- 11 Undervisningsmidler
- 12 Børnehaveklasser
- 13 Psykologi/Sociologi
- 14 Drama
- 15 Sløjd
- 16 Idræt
- 17 Filmkundskab
- 18 Valgfaget Kemi
- 19 Valgfaget Elektronik

- 20 Barnepleje
- 21 Færdselslære
- 22 Maskinskrivning
- 23 Motorlære
- 24 Datalære
- 25 Håndarbejde
- 26 Hjemkundskab
- 27 Formning
- 28 P-fag
- 29 Samtidsorientering

Under forberedelse:

Uddannelses- og erhvervsorientering
Klasselærerfunktionen
Orienteringsfag
Økonomi
Virksomhedslære
Specialundervisning



Forhandles af:

LÆRERFORENINGERNES MATERIALEUDVALG
UPSALAGADE 6 — 2100 KØBENHAVN Ø